Des maths et du foot

par Frédéric HAVET

TERRA NUMERICA

https://terra-numerica.org/

Institut Esope 21

Le foot,

ce n’est pas

des maths.

Luis Fernandez
(1959 --)

Programmer un championnat

Tournoi des six nations.

Angleterre

Ecosse

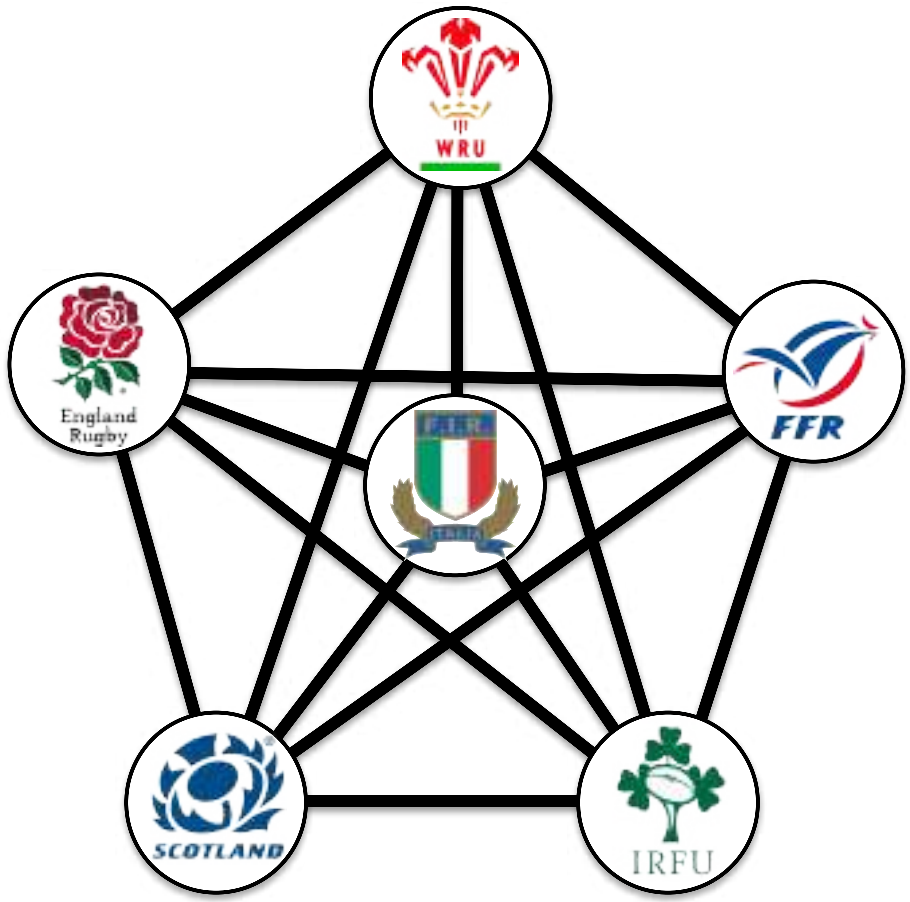
France

Irlande

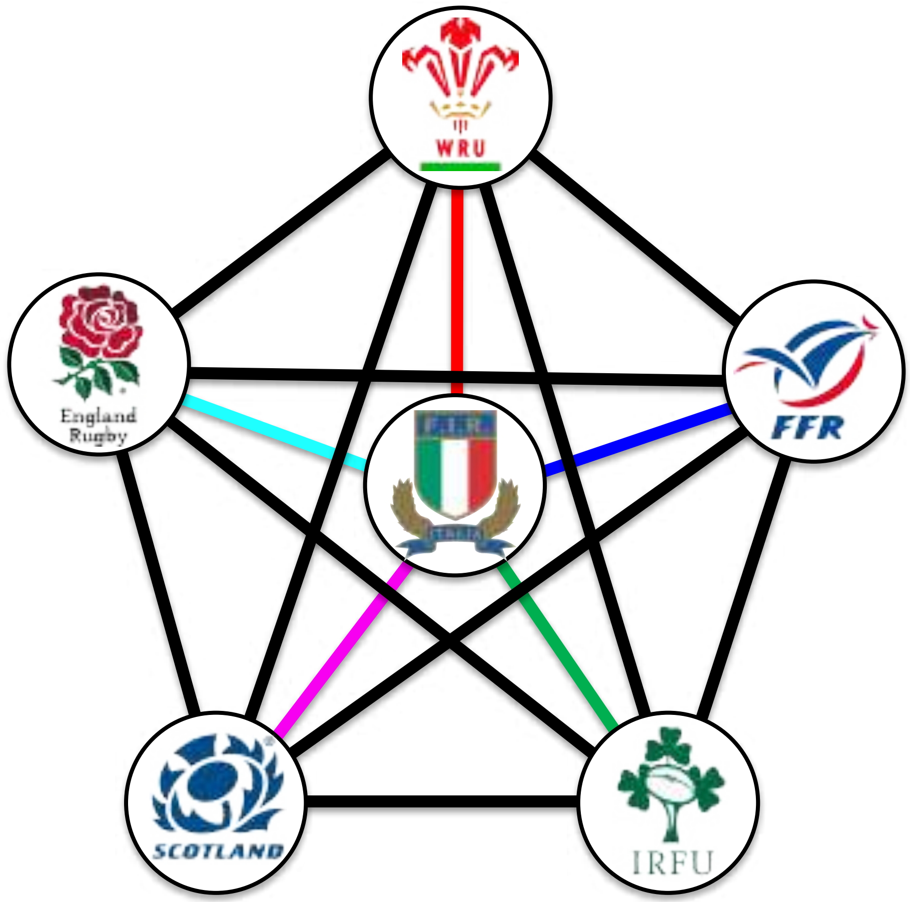
Italie

Pays de Galles

Programmer un championnat



Programmer un championnat

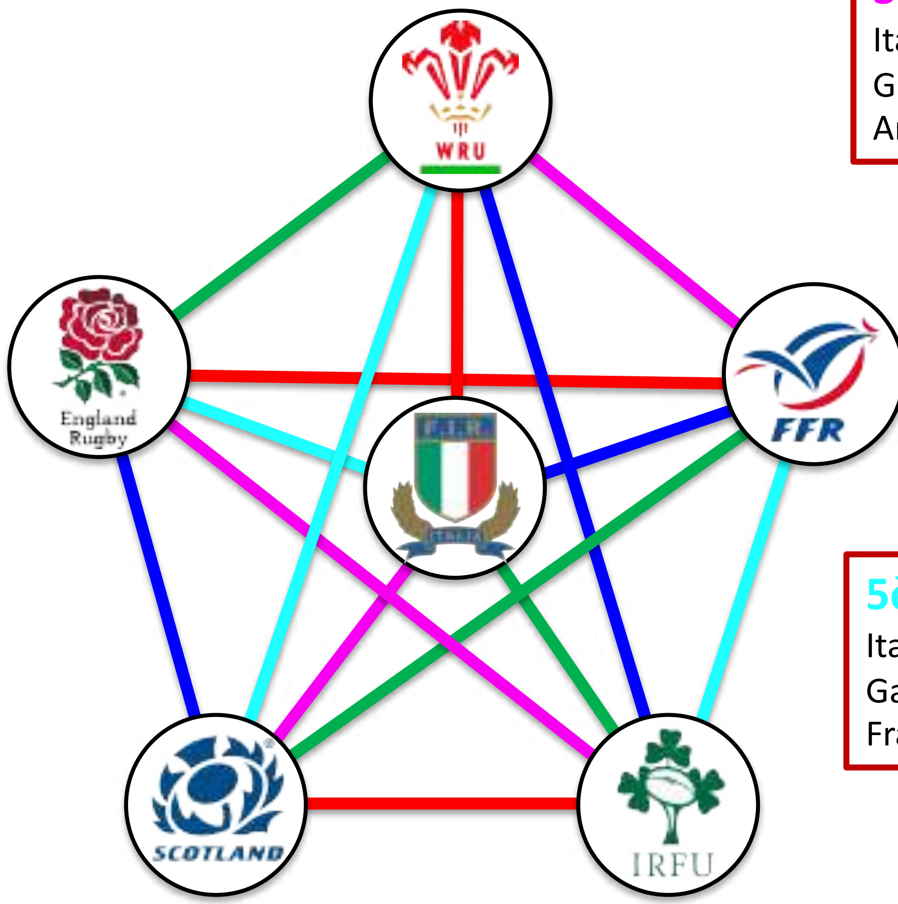


Programmer un championnat

1ère Journée :
Galles – Italie
France – Angleterre
Irlande - Ecosse

2ème Journée :
France – Italie
Irlande – Galles
Ecosse – Angleterre

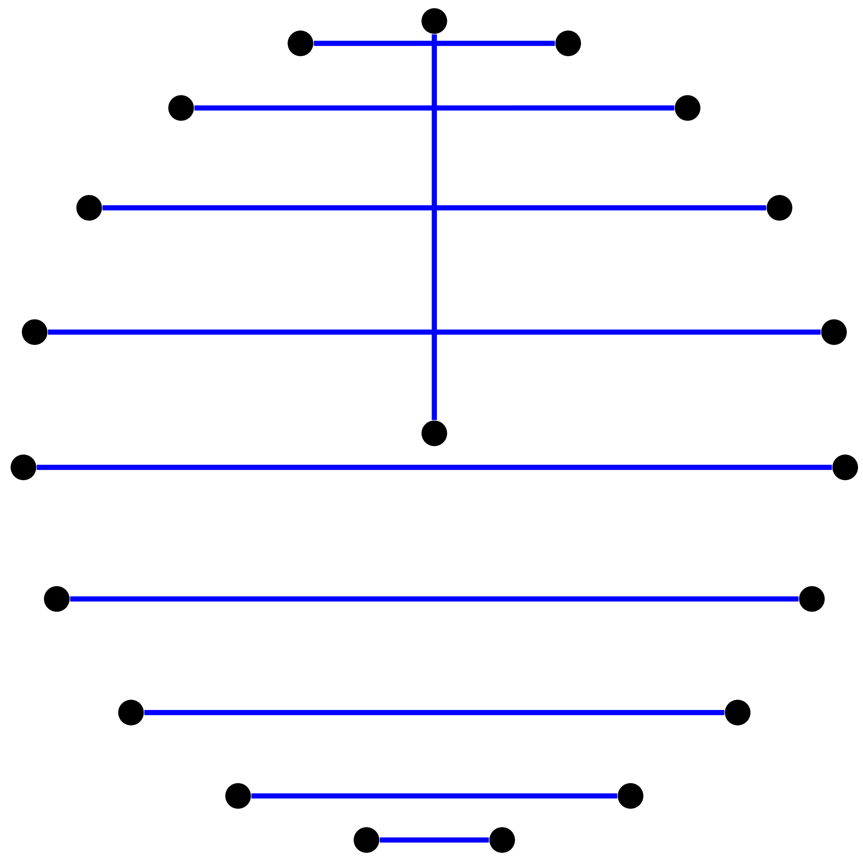
4ème Journée :
Irlande – Italie
Ecosse – France
Angleterre - Galles



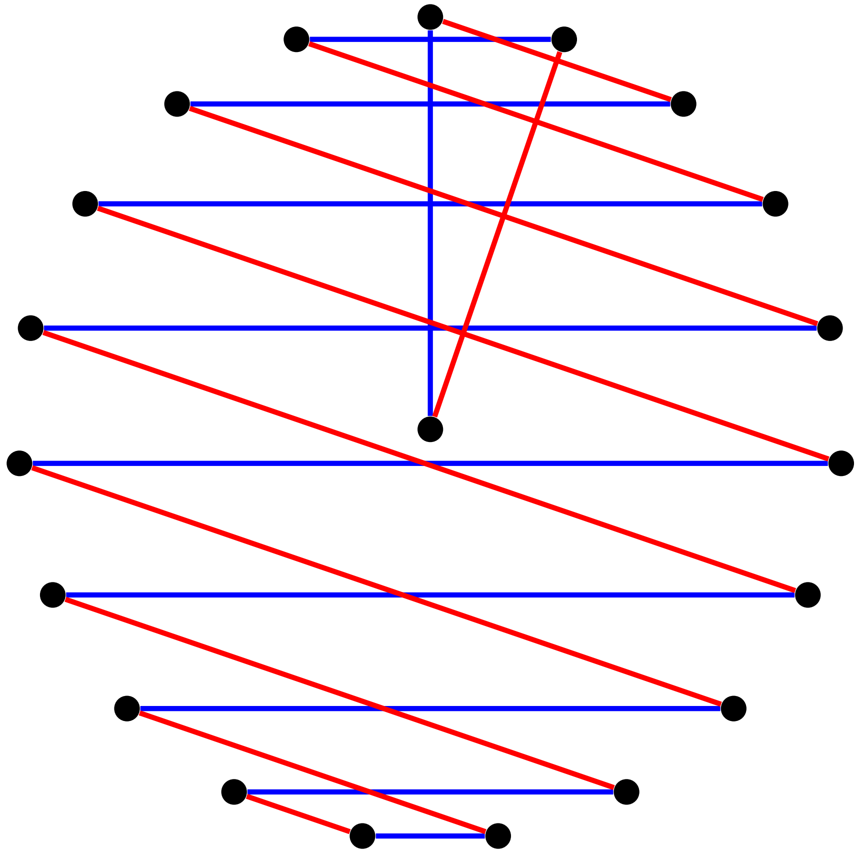
3ème Journée :
Italie – Ecosse
Galles – France
Angleterre - Irlande

5ème Journée :
Italie – Angleterre
Galles – Ecosse
France - Irlande

Programmer un championnat



Programmer un championnat



Structure du ballon de football

Telstar, Coupe du monde Mexique, 1970.

Structure du ballon de football

20 hexagones (blancs)

12 pentagones (noirs)

Structure du ballon de football

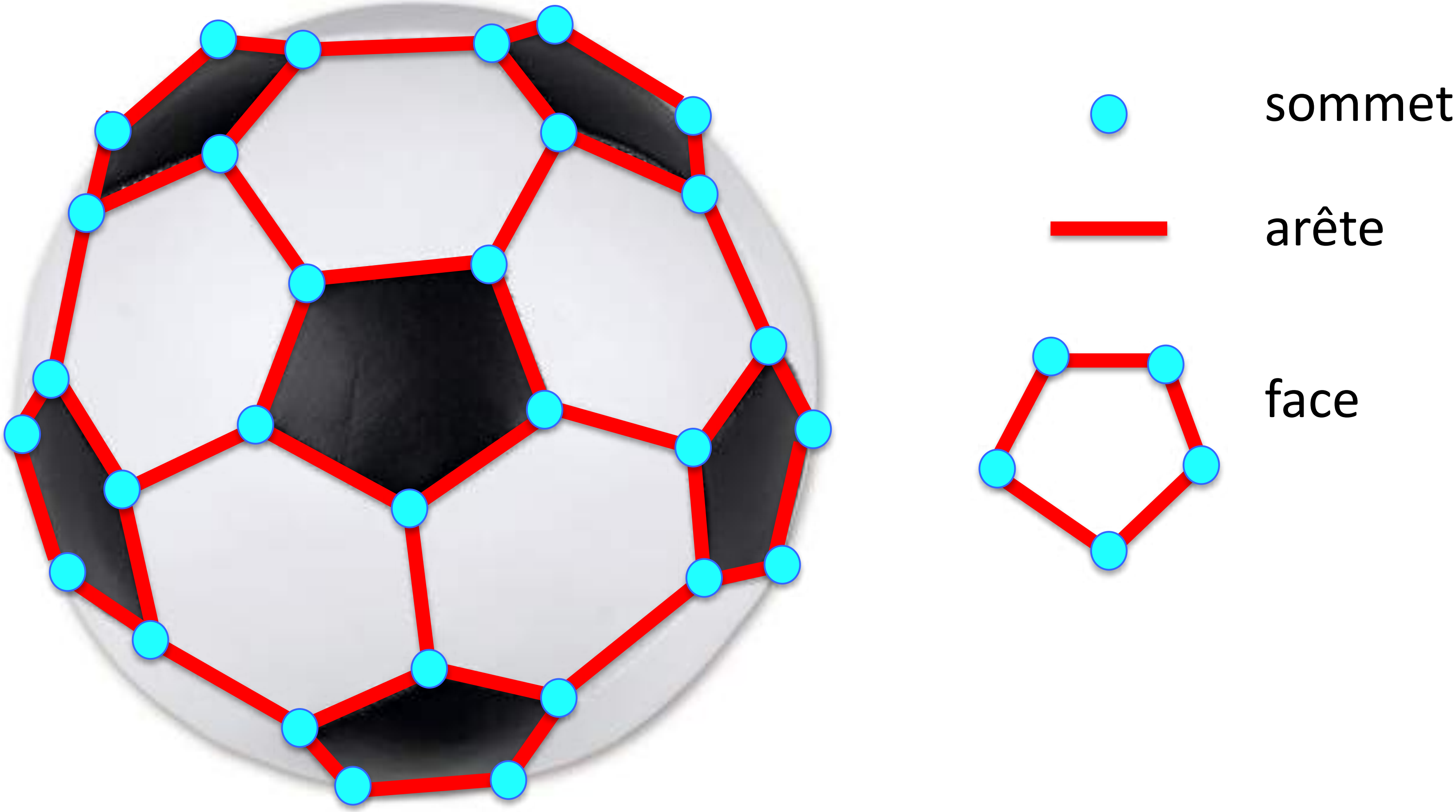
20 hexagones (blancs)

12 pentagones (noirs)

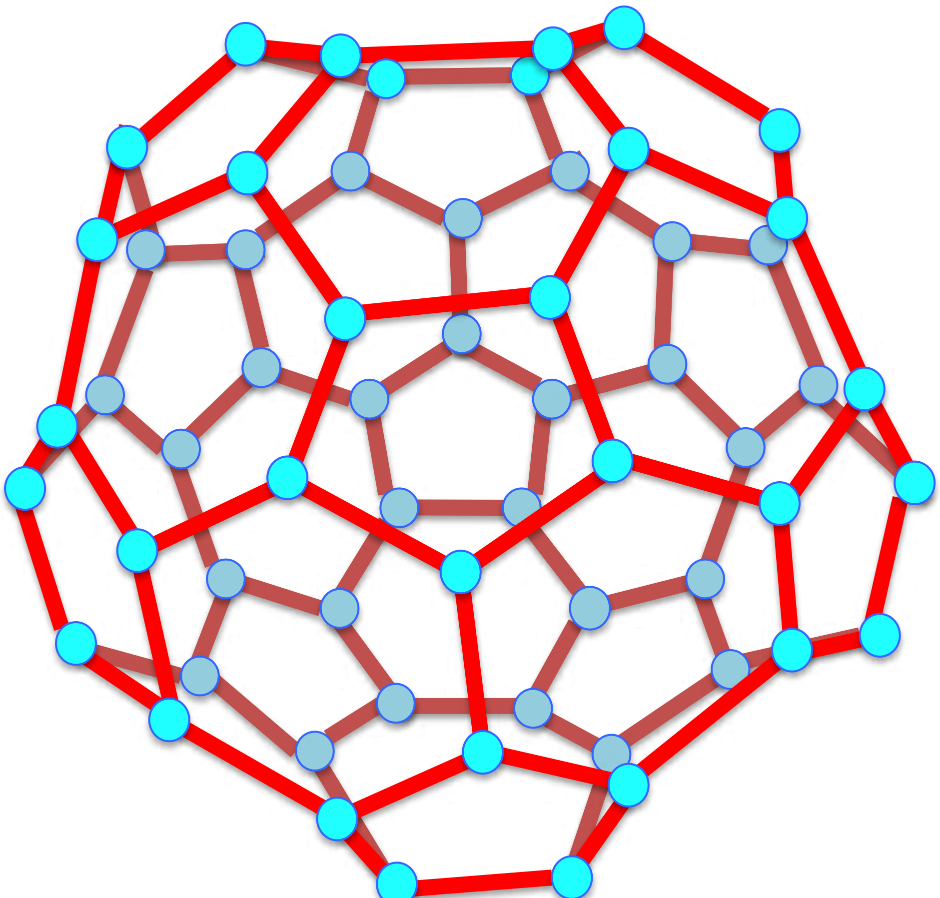
Pourquoi cela ?

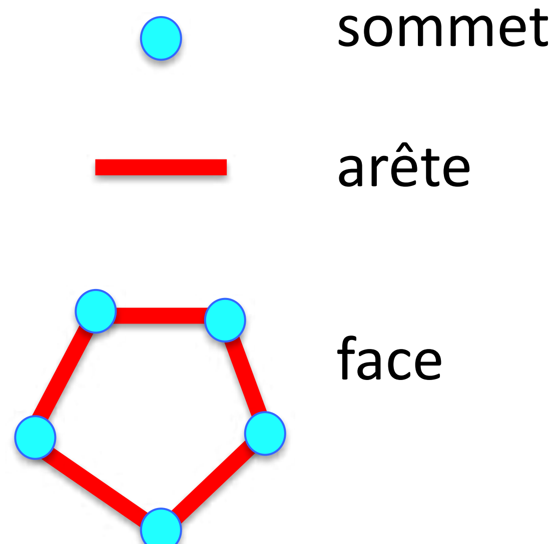
Peut-on faire un ballon avec un seul type de polygones ?

Structure du ballon de football



Structure du ballon de football





C’est un **polyèdre** !

Les polyèdres

Formule d'Euler :

$$\boxed{\text{nombre de sommets + nombre de faces = nombre d'arêtes + 2}}$$

Pour le ballon de foot :

60 sommets

32 faces

20 hexagones + 12 pentagones

une arête est dans deux faces

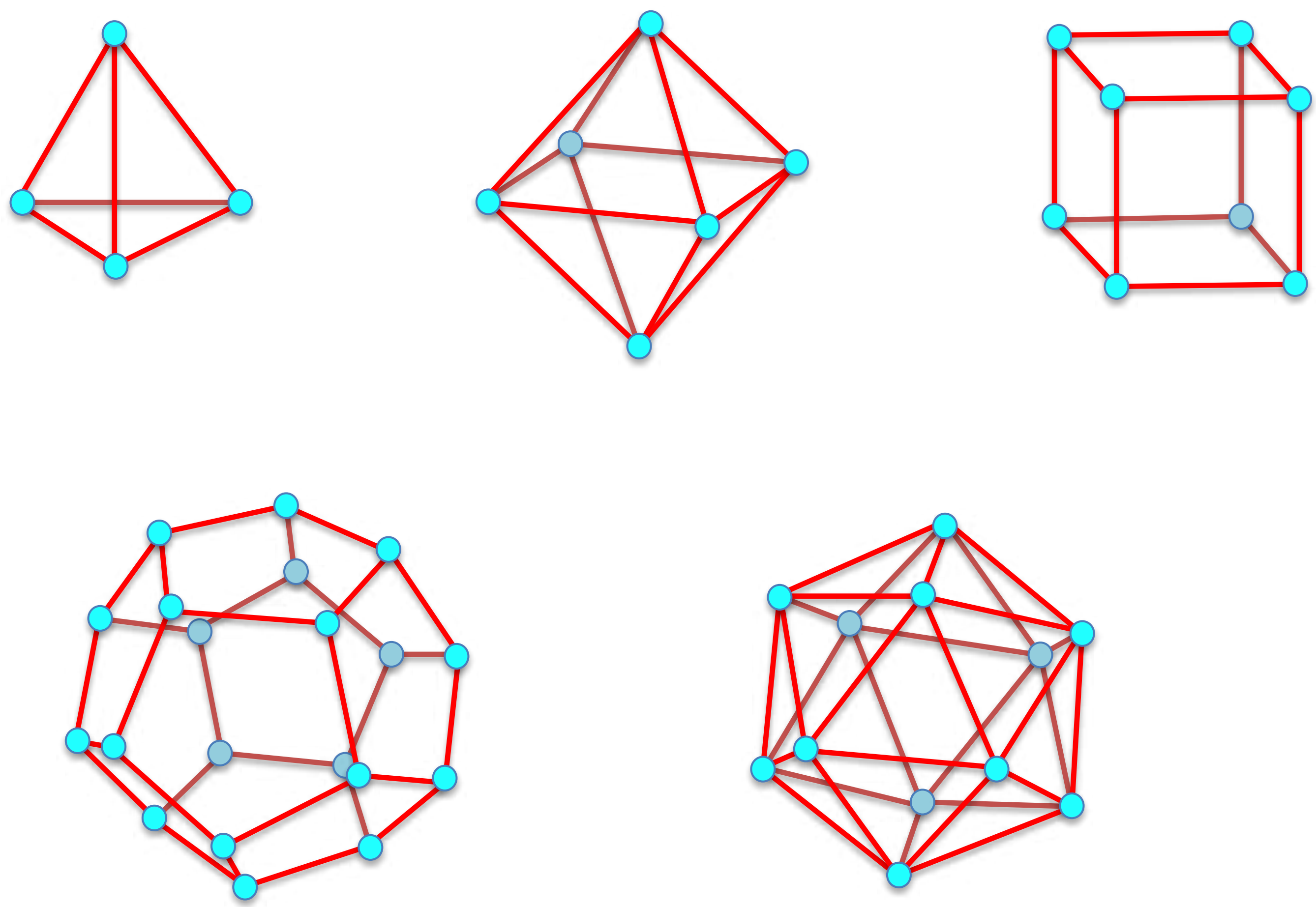
(20 x 6 + 12 x 5)/2 =

90 arêtes

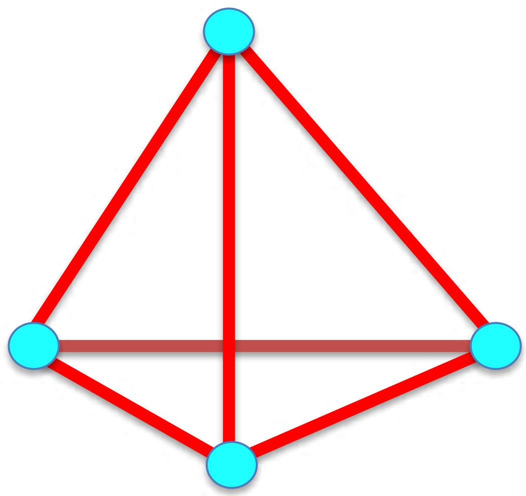
Leonhard Euler

1707 – 1783

Les polyèdres réguliers



Le tétraèdre



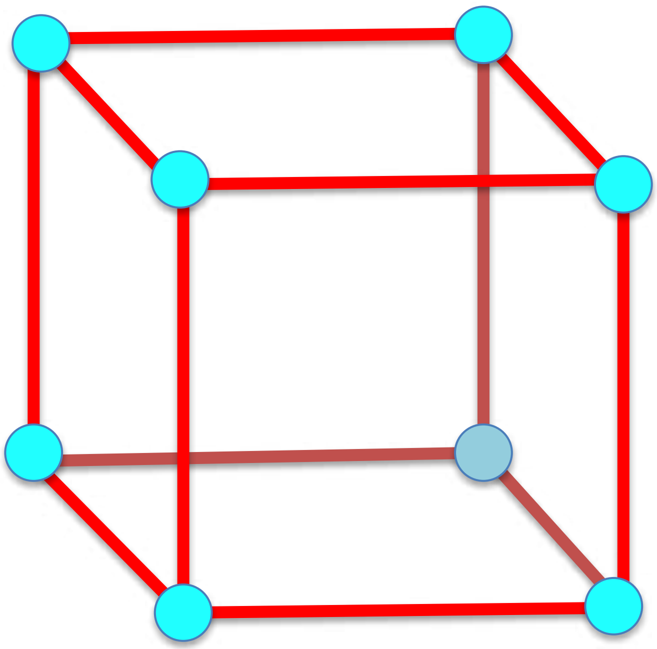
4 sommets

4 faces

6 arêtes

Formule d'Euler : 4 + 4 = 6 +2

Le cube



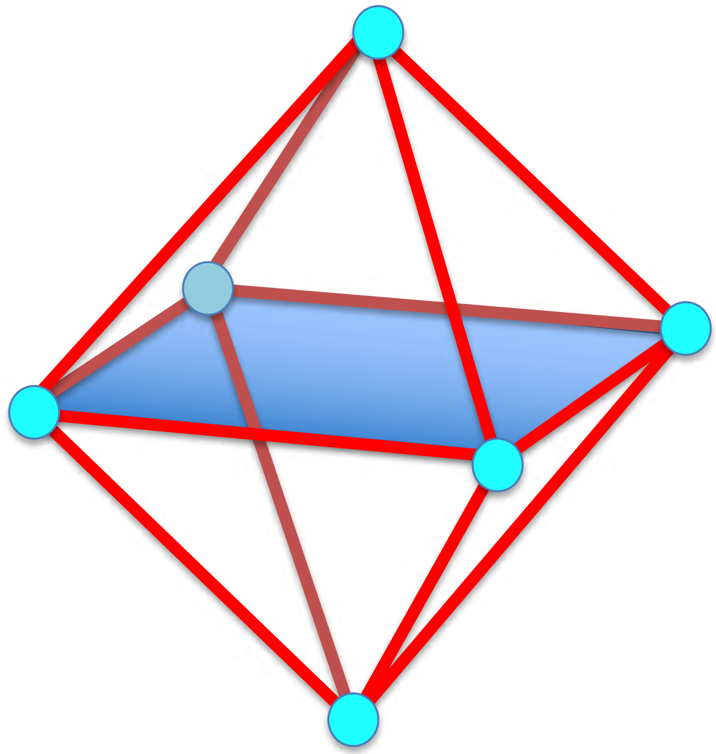
8 sommets

6 faces

12 arêtes

Formule d'Euler : 8 + 6 = 12 +2

L'octaèdre



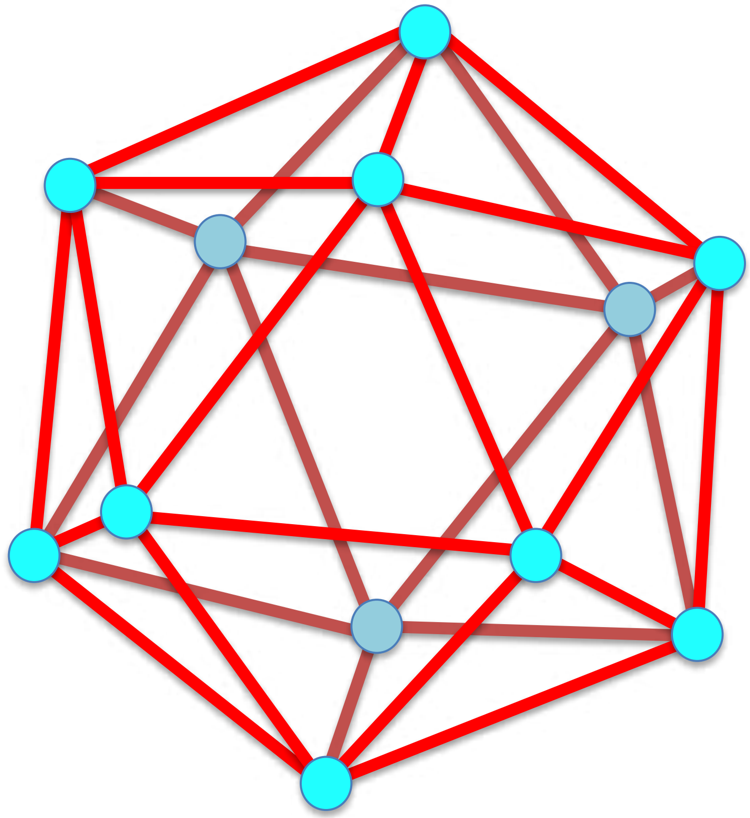
6 sommets

8 faces

12 arêtes

Formule d'Euler : 6 + 8 = 12 +2

L’icosaèdre



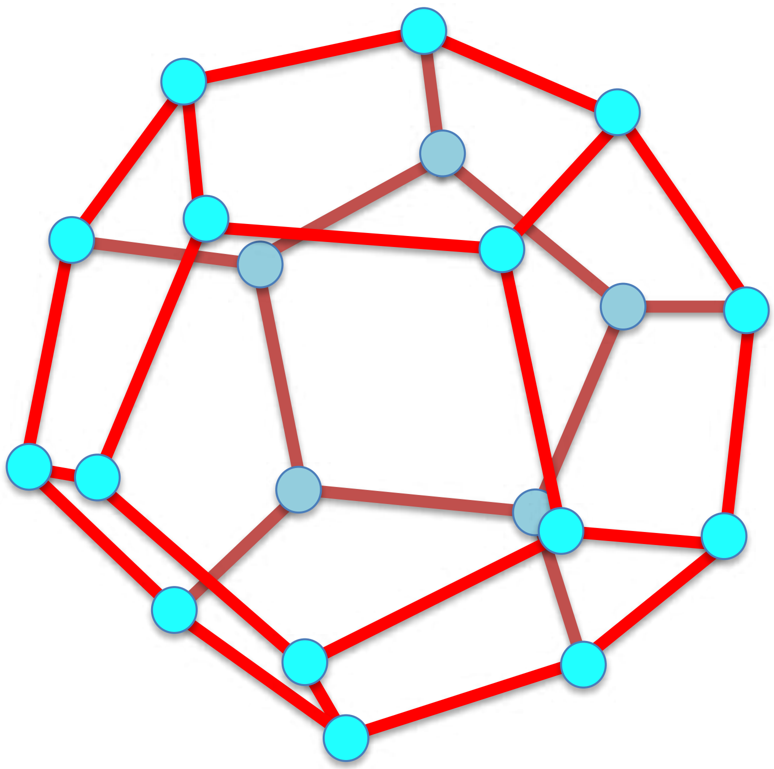
12 sommets

20 faces

30 arêtes

Formule d’Euler : 12 + 20 = 30 +2

Le dodécaèdre



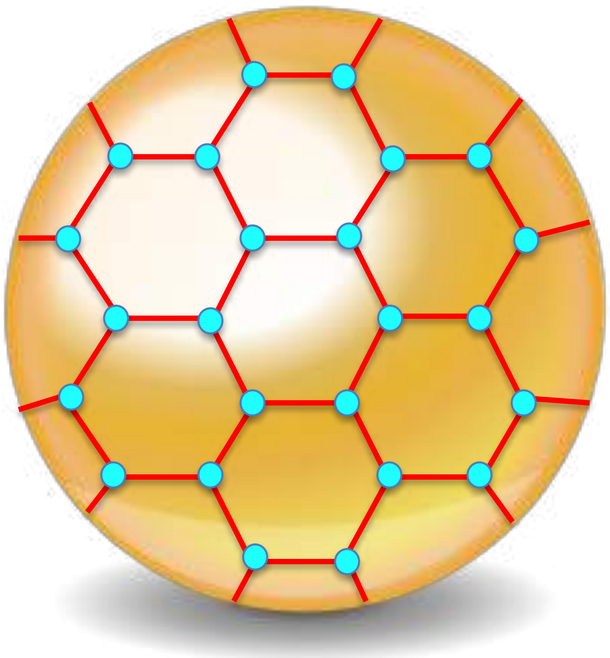
20 sommets

12 faces

30 arêtes

Formule d'Euler : 20 + 12 = 30 +2

Un polyèdre avec que des hexagones ?



Supposons qu'il y ait **n faces hexagonales**.

Chaque arête est dans 2 faces.

il y a 6n/2 = **3n arêtes.**

Chaque sommet est dans 3 faces.

il y a 6n/3 = **2n sommets.**

Formule d'Euler :

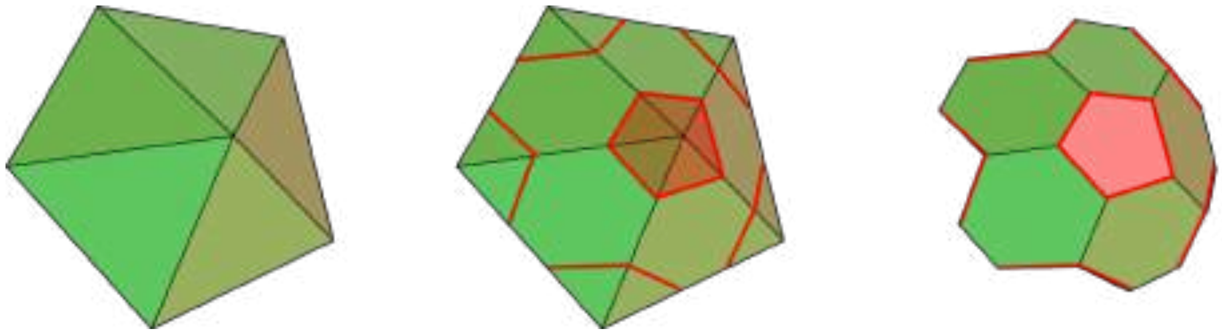
nombre de sommets **+** nombre de faces **=** nombre d'arêtes **+ 2**

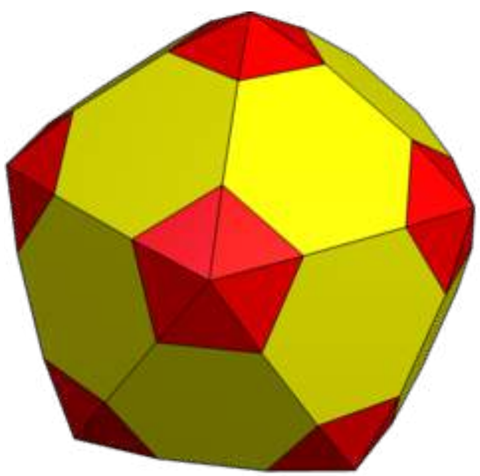
2n n 3n 3n + 2

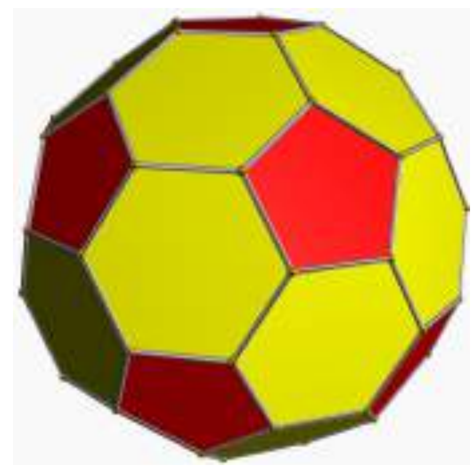
C'est **IMPOSSIBLE**

Des panneaux inexacts

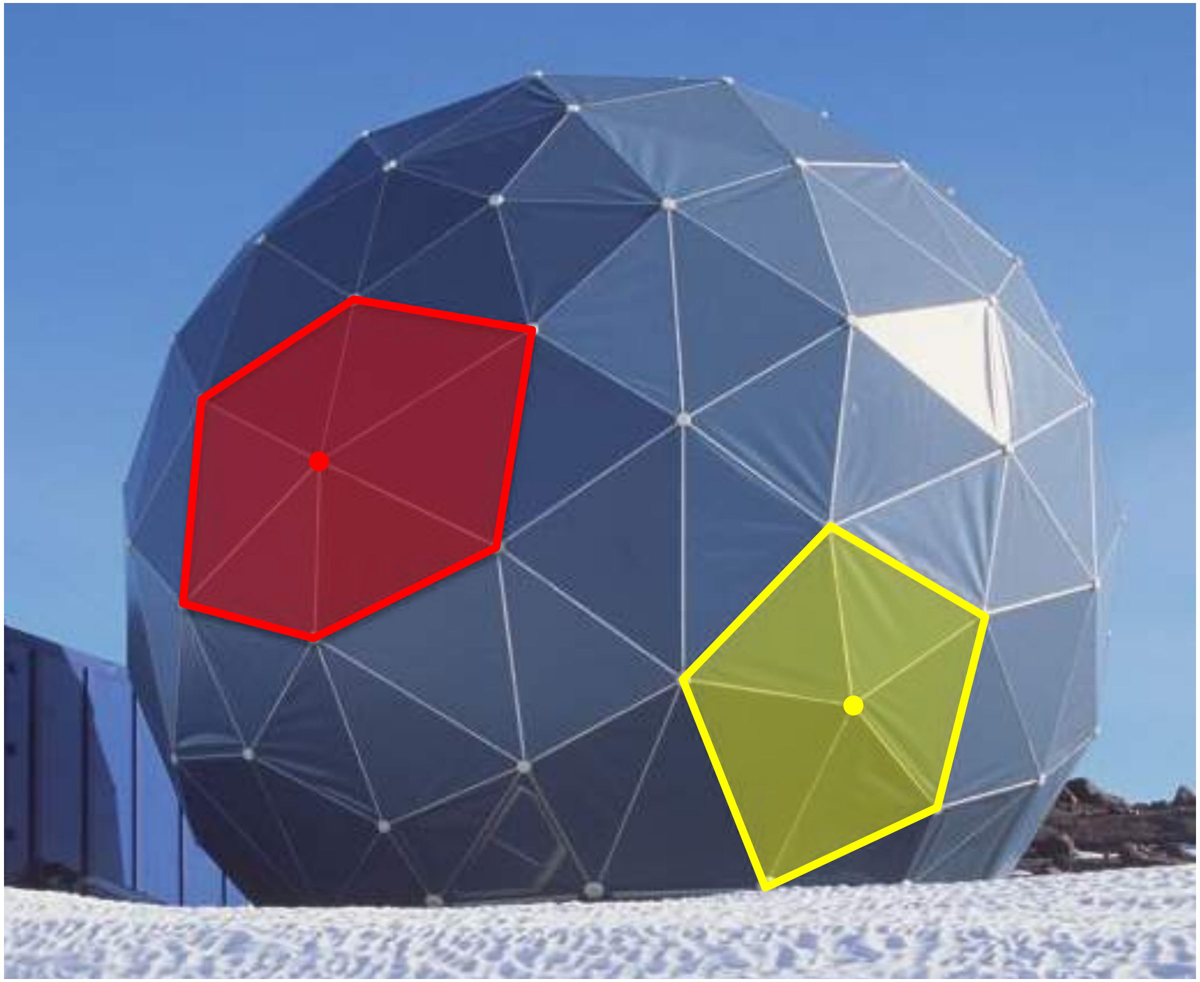
L’icosaèdre tronqué





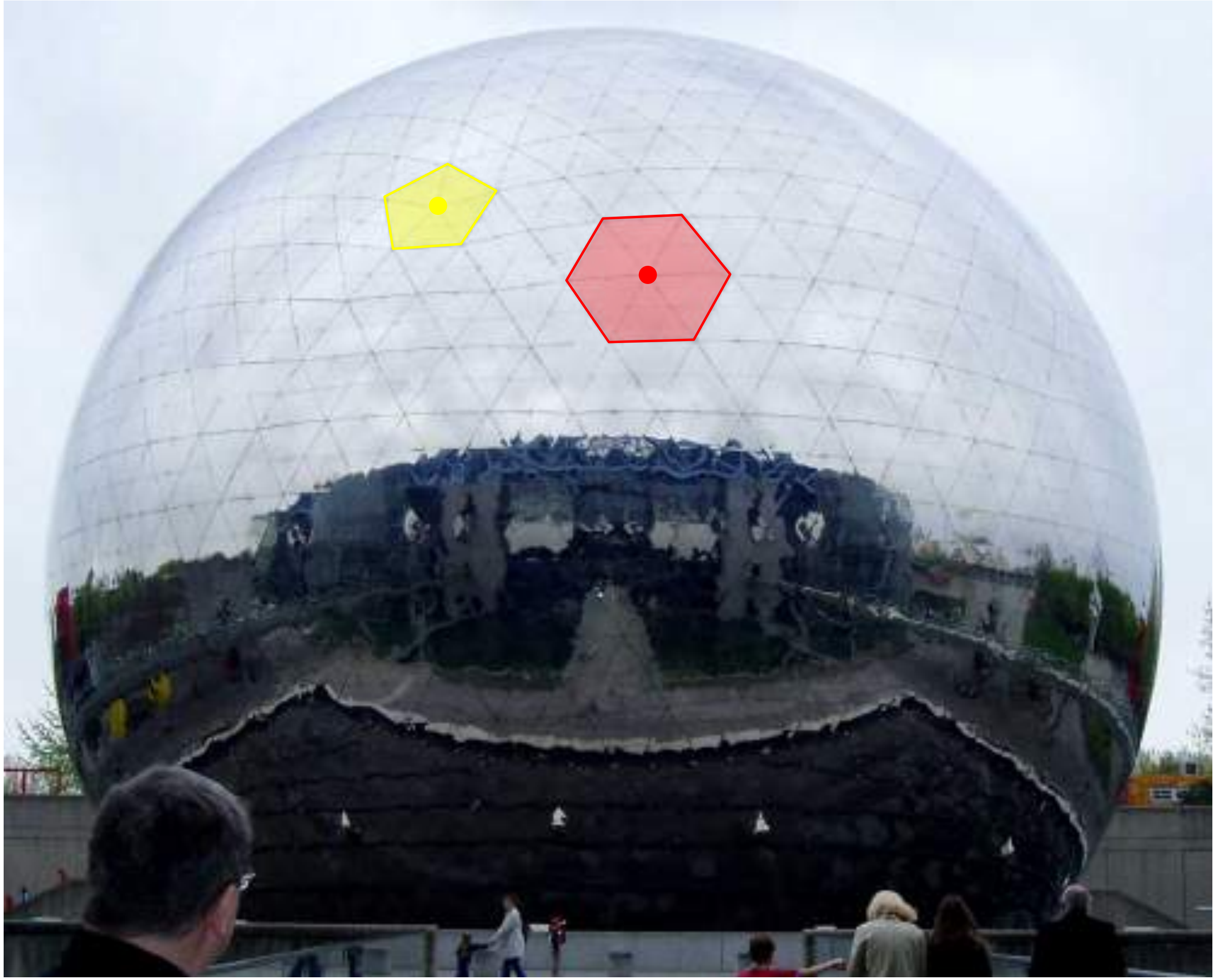


Les géodes



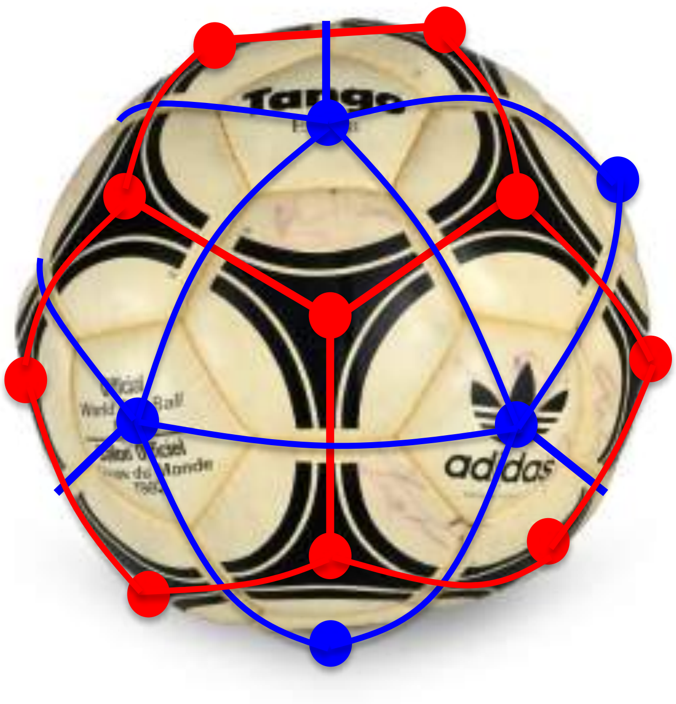
Dôme de télécommunications en Antarctique

Les géodes



Géode, Cité des Sciences, Paris

Ballons plus modernes



Dodécaèdre

dual

de l'

icosaèdre

Ballon Tango
Coupes du monde 1978 à 1998.
Euro 1984 à 2000; 2012.

Ballons plus modernes

Octaèdre

Ballon Roteiro
Euro Portugal 2004.

Ballons plus modernes

2001 Milan

2010 Madrid

2021 Istanbul

Ligue des champions (finale)

déformation de l'icosaèdre tronqué

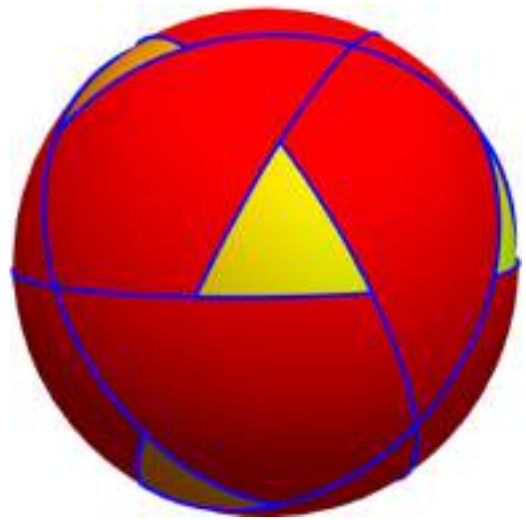
12 étoiles, 20 hexagones

Un logo erroné

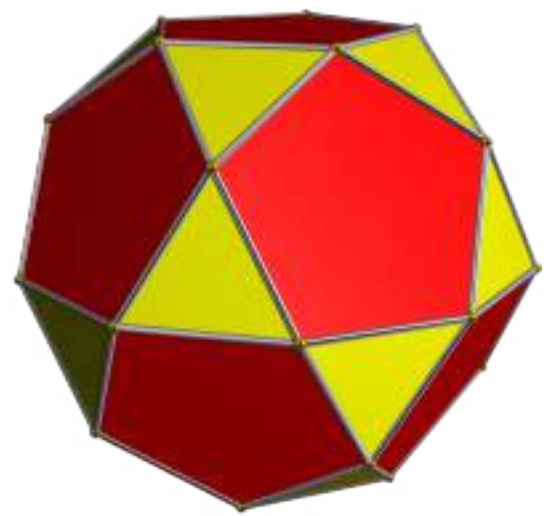
UEFA
CHAMPIONS
LEAGUE

Ballons plus modernes

Ballon Al Rihla
Coupe du monde Qatar 2022.

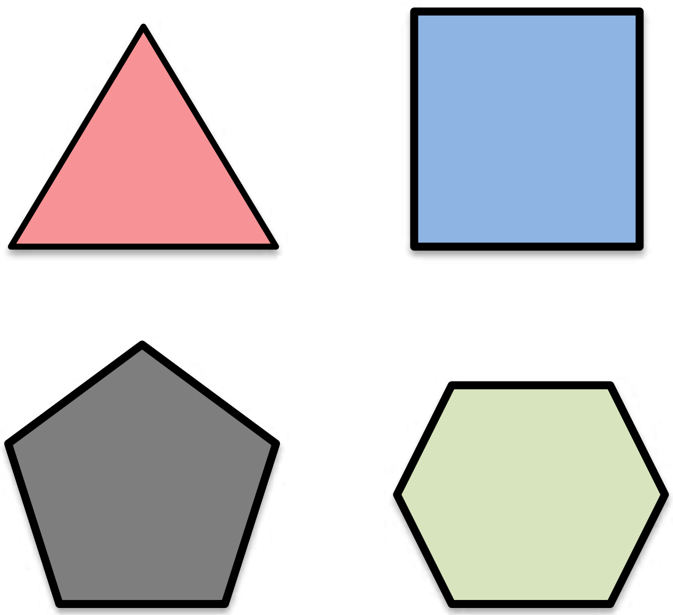


Icosidodécaèdre
icosaèdre tronqué et
dodécaèdre tronqué

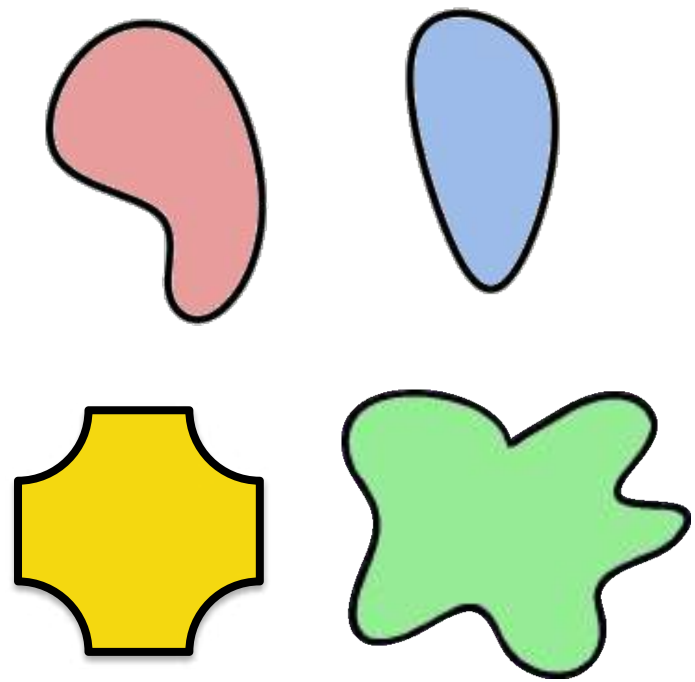


Et si on prenait des courbes ?

Pièces polygonales



Pièces courbes

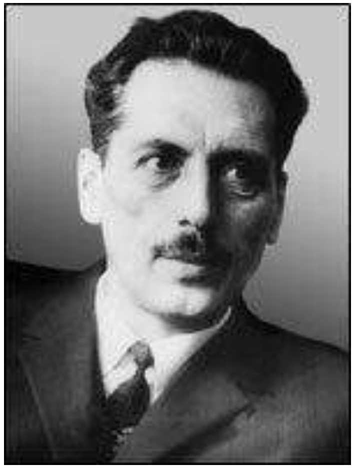


Collage de domaines

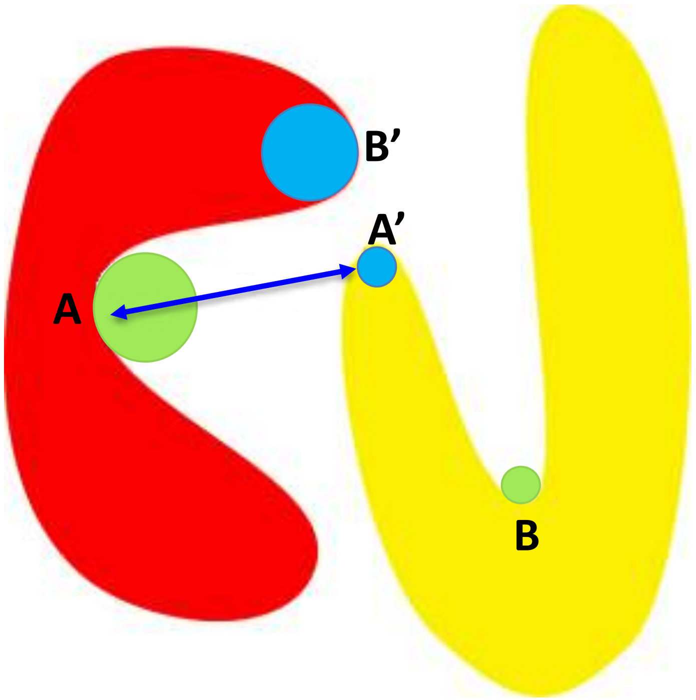
Théorème de Pogolerov (1973)

Deux pièces courbes peuvent **être collées si et seulement si**

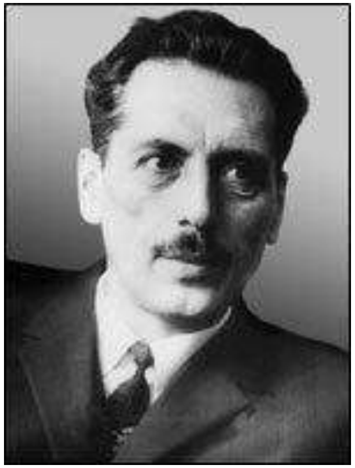
- elles ont même périmètre, et
- en chaque point la somme des courbures est positive.



Aleksei Pogolerov
(1919 -- 2002)



Collage de domaines

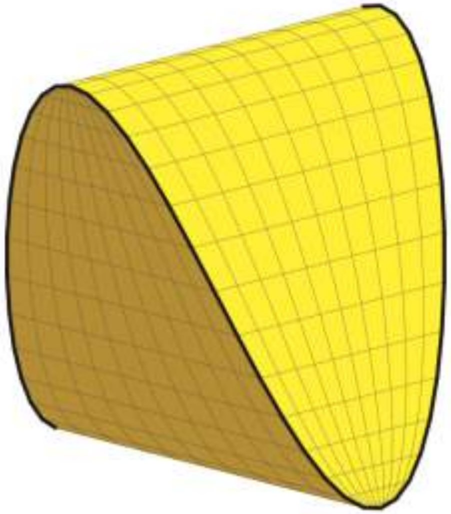


Aleksei Pogolerov
(1919 -- 2002)

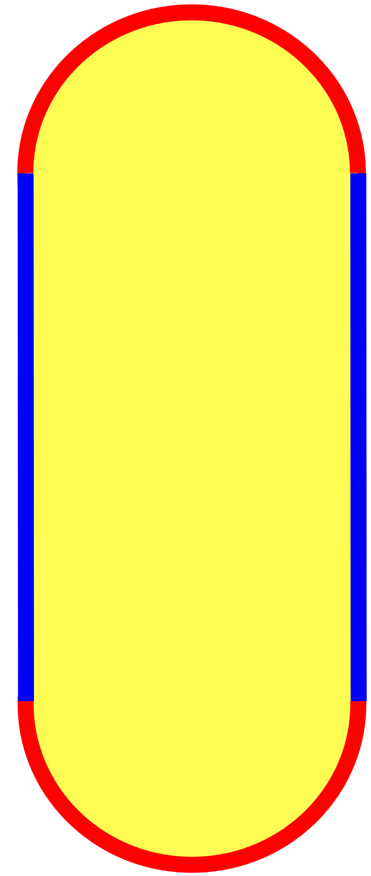
Théorème de Pogolerov (1973)

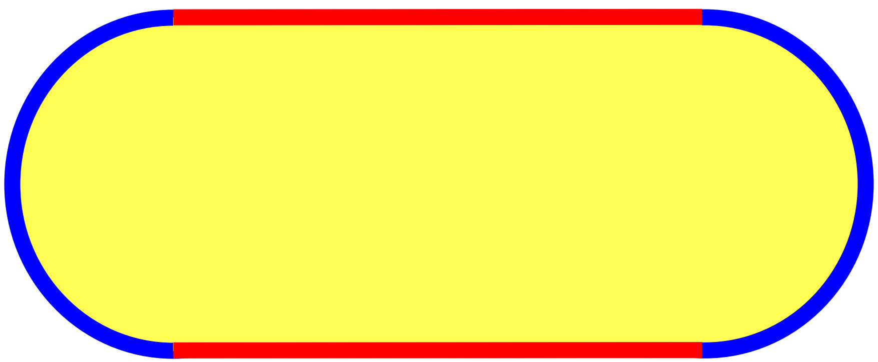
Deux pièces courbes peuvent **être collées si et seulement si**

- elles ont même périmètre, et
- en chaque point la somme des courbures est positive.



La balle de tennis

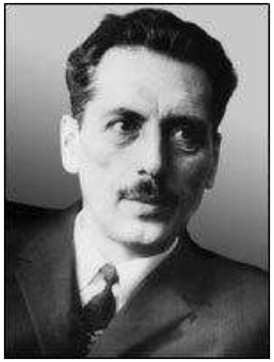




Polyèdre généralisé.

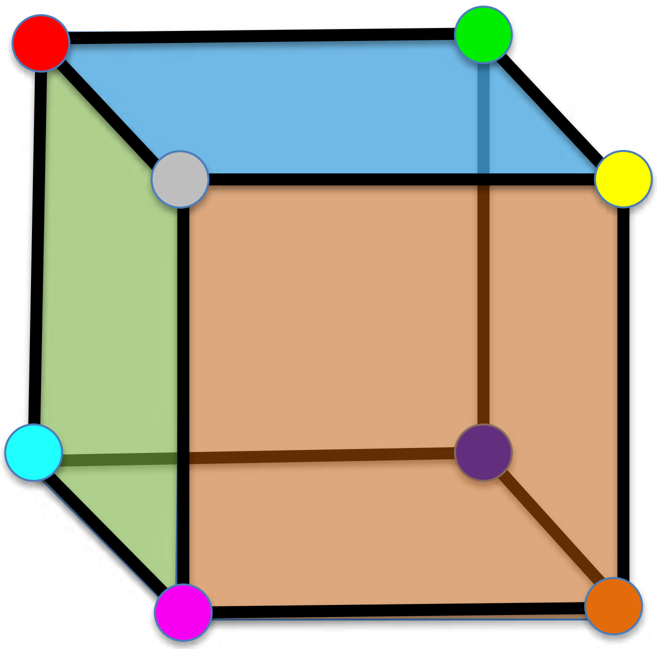
Pogolerov (1973) : On peut coller des domaines entre eux pour faire un **polyèdre** généralisé si

- les longueurs des côtés sont égales ;
- si en chaque point la somme des courbures est positive ;
- la somme des angles aux sommets est inférieure à 360º.

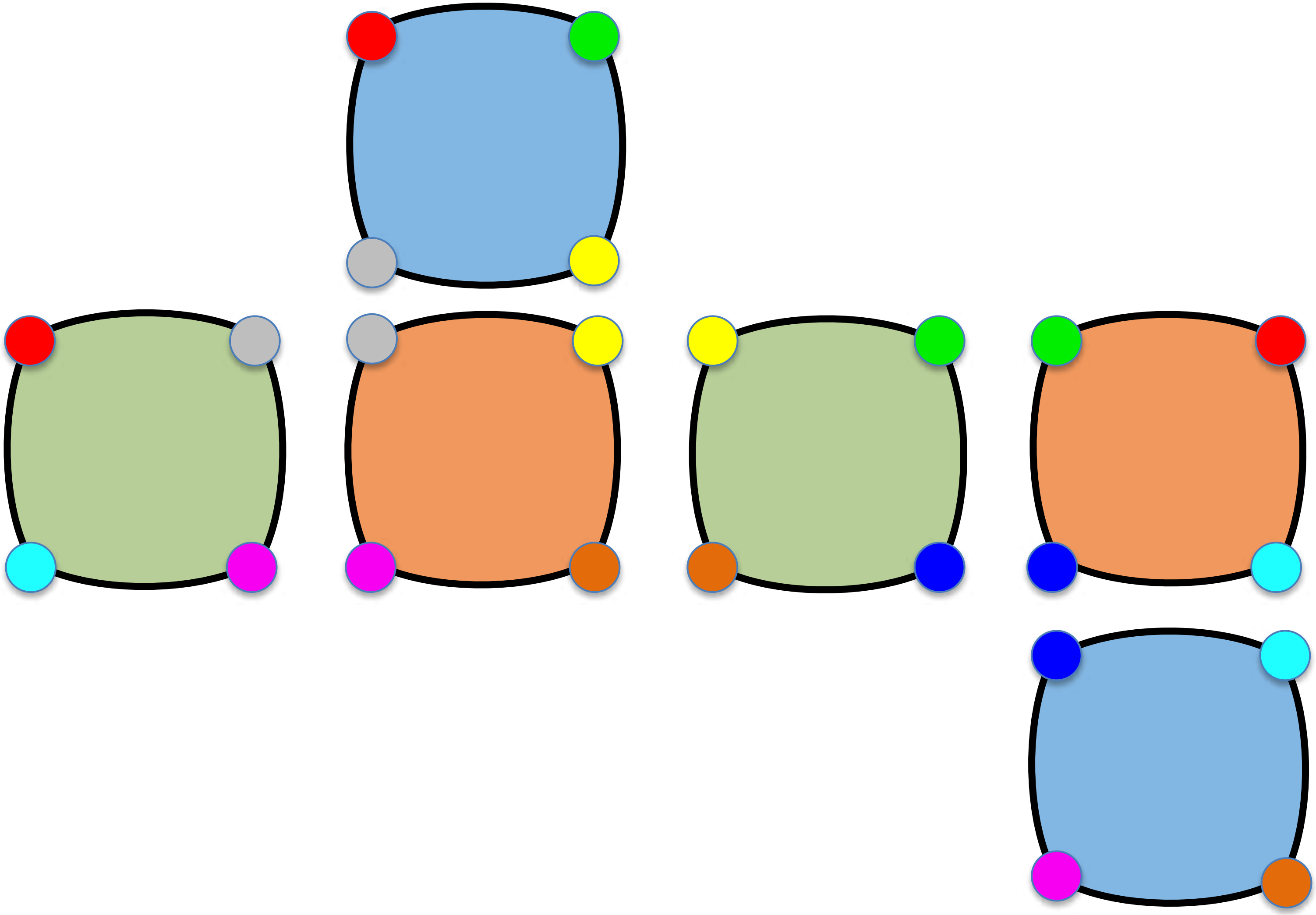


Aleksei Pogolerov
(1919 -- 2002)

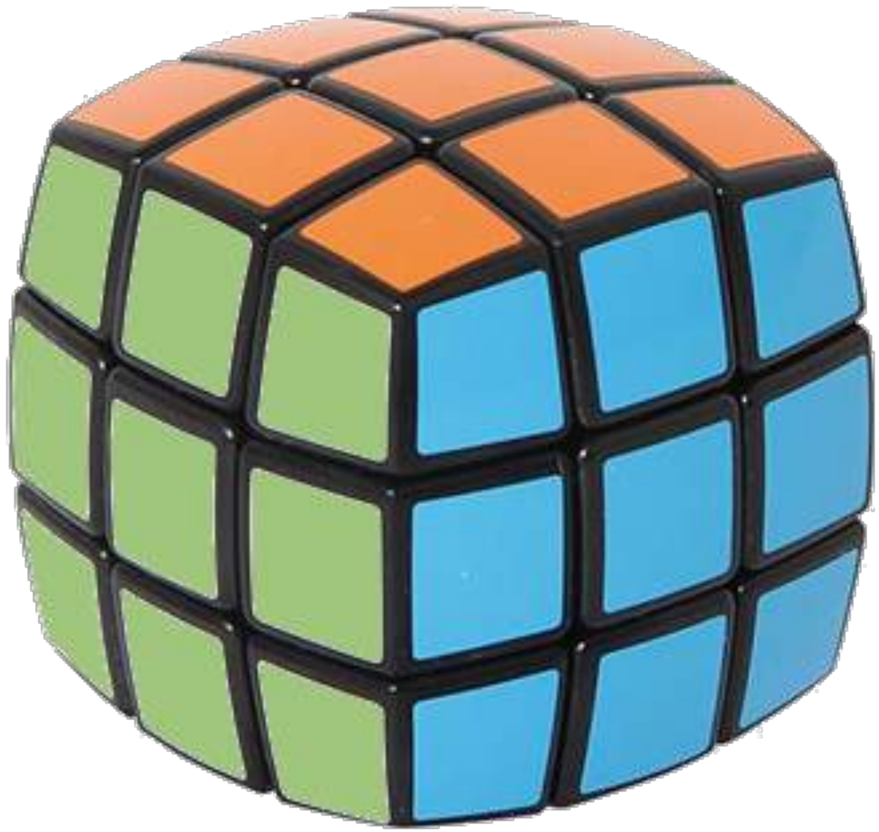
Des ballons cubiques.



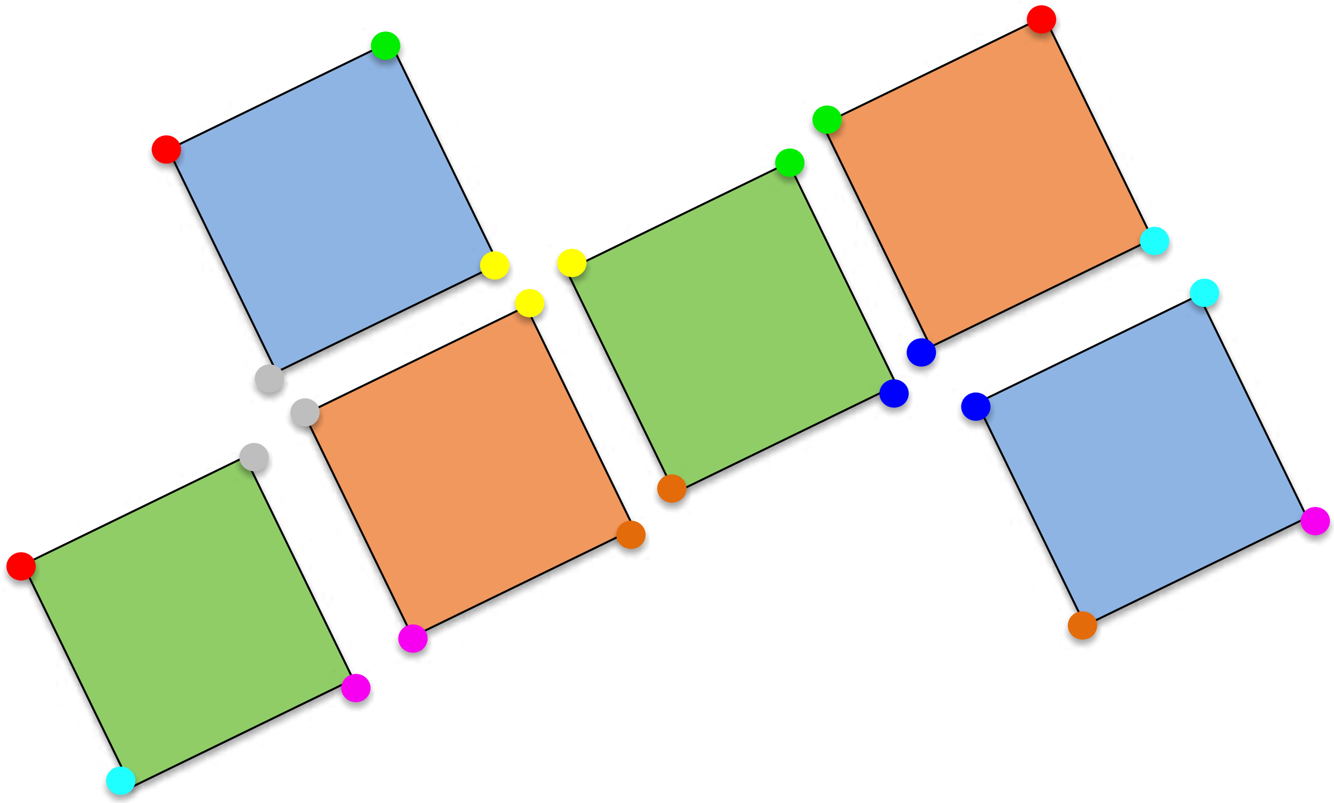
Des ballons cubiques.



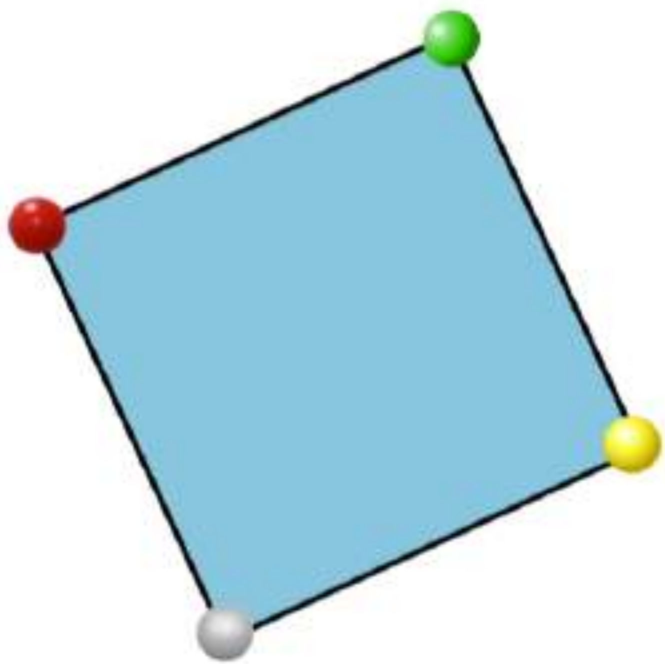
Des ballons cubiques.



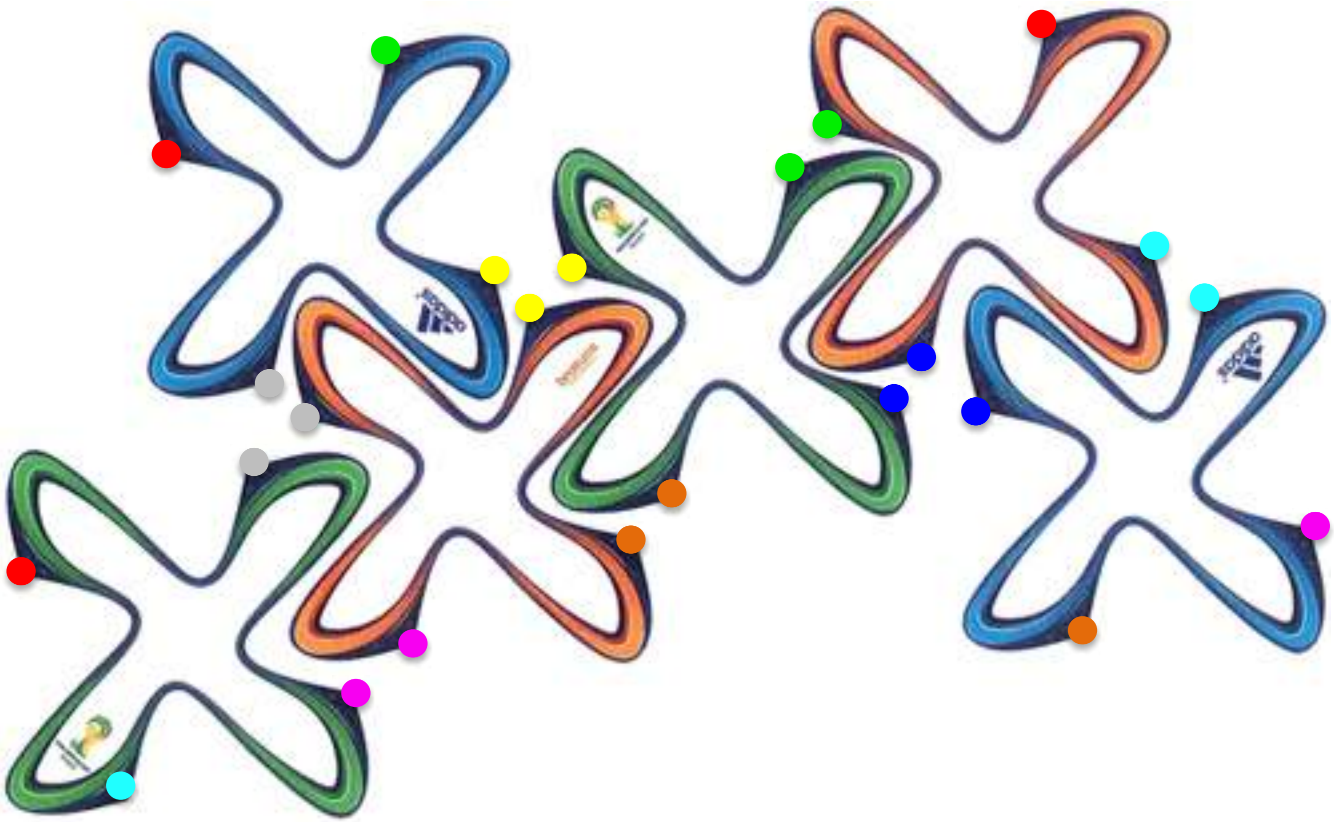
Des ballons cubiques.



Des ballons cubiques.

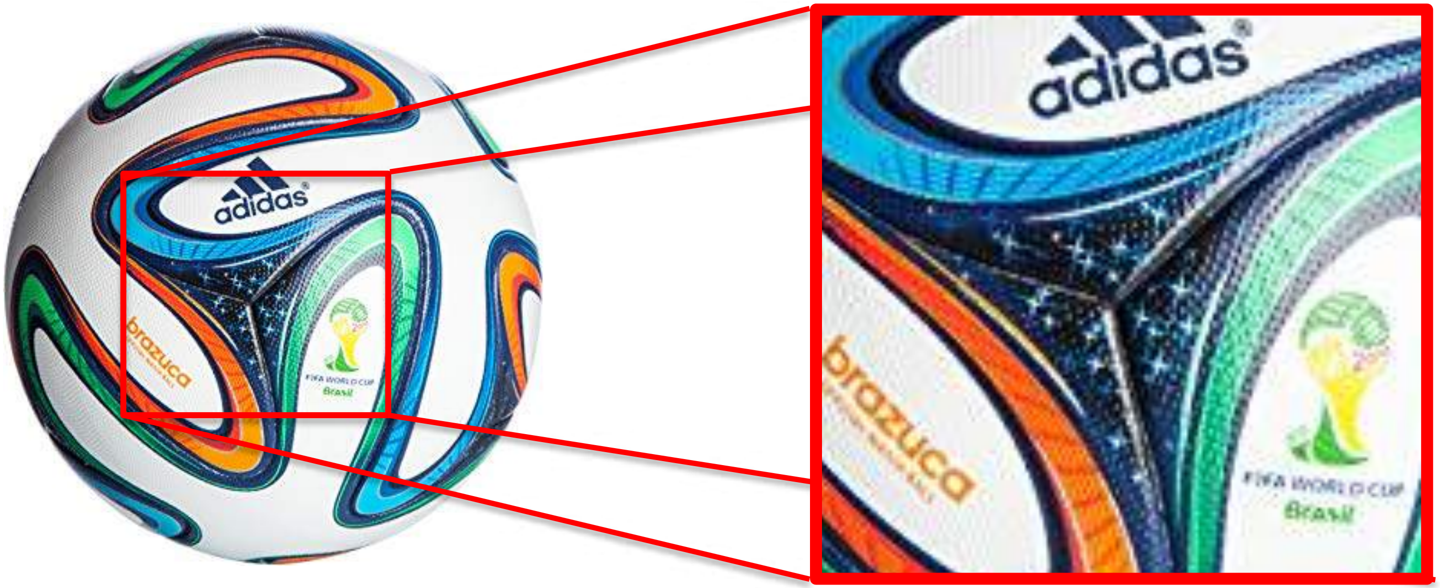


Polyèdre généralisé.



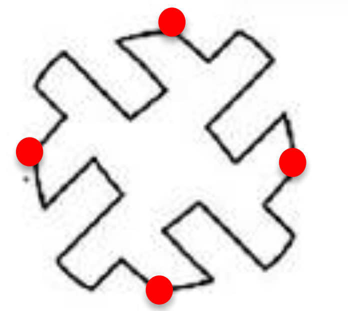
Des ballons cubiques.

Des ballons cubiques.



Ballon Brazuca
Coupe du monde 2014.

Ballons plus modernes



Ballon Telstar
Coupe du monde 2018.

Un cube tronqué

Ballon Teamgeist, Coupe du monde 2006
Ballon , Euro 2008.

Cube tronqué

14 faces moins de couture.

déformation des polygones en courbes arrondies pour avoir une forme plus sphérique.

Diagramme de Voronoï

Diagramme de Voronoï : **pavage** (découpage) du plan en **cellules** à partir d'un ensemble de points appelés « **germes** ».

Une cellule = *zone d'influence* » du germe ensemble des points du plan plus proches de ce germe que d'aucun autre.

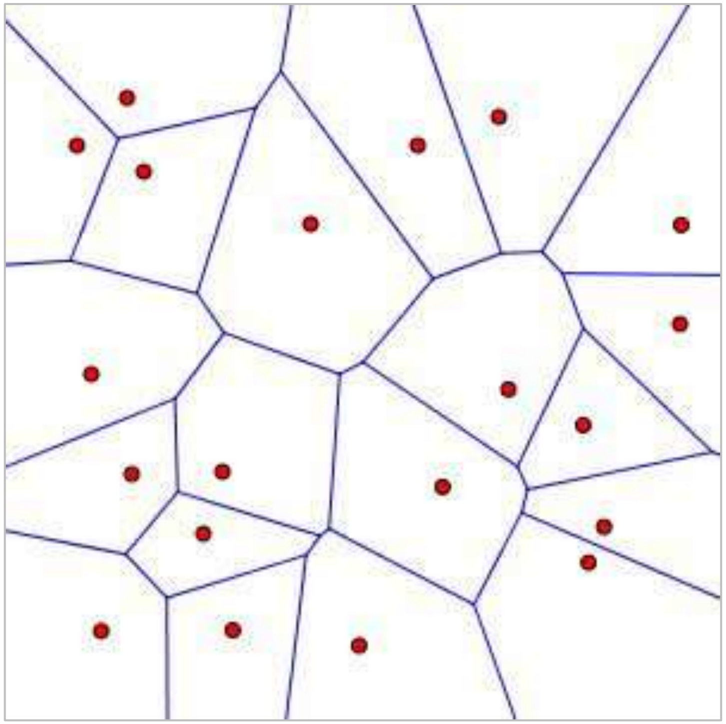
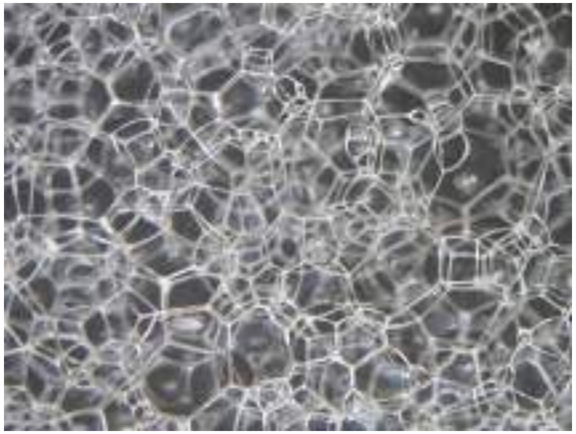
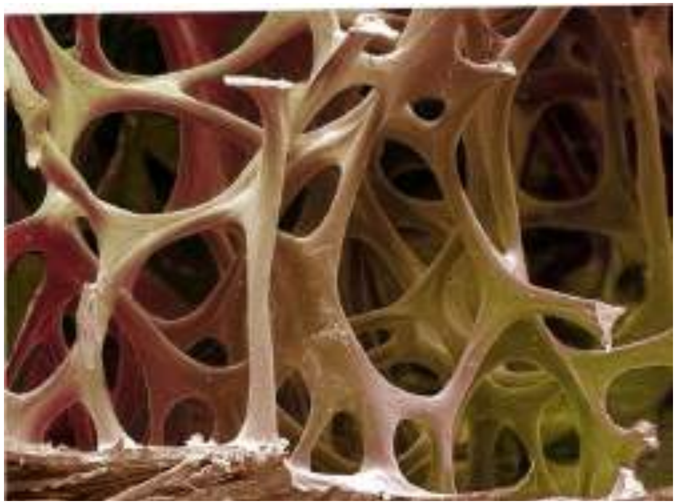


Diagramme de Voronoï dans la nature

Bulles de savon



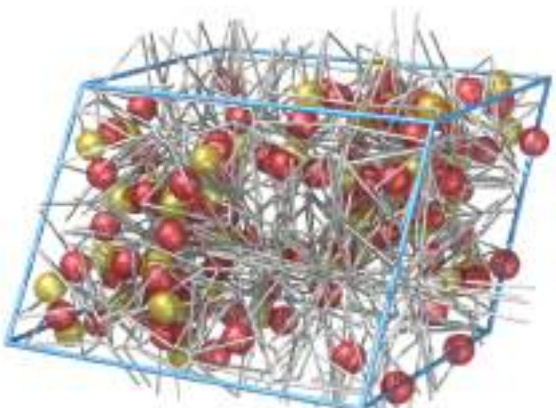
Mousse de bière

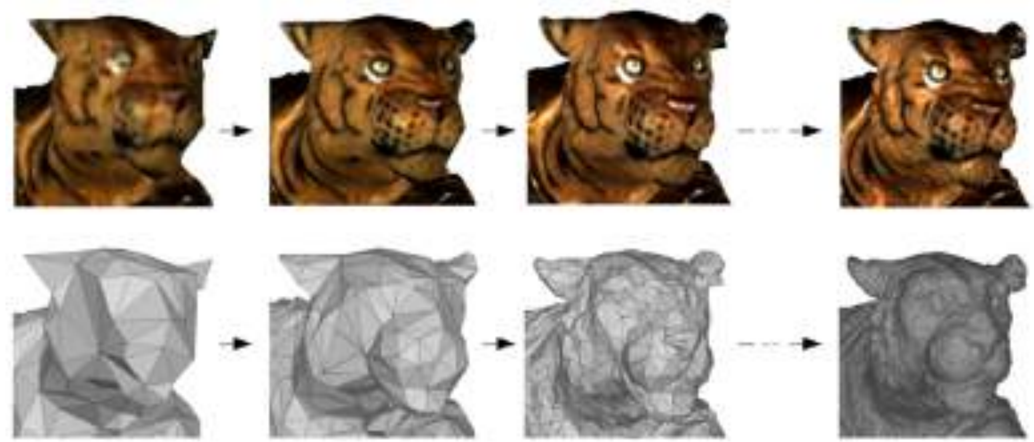


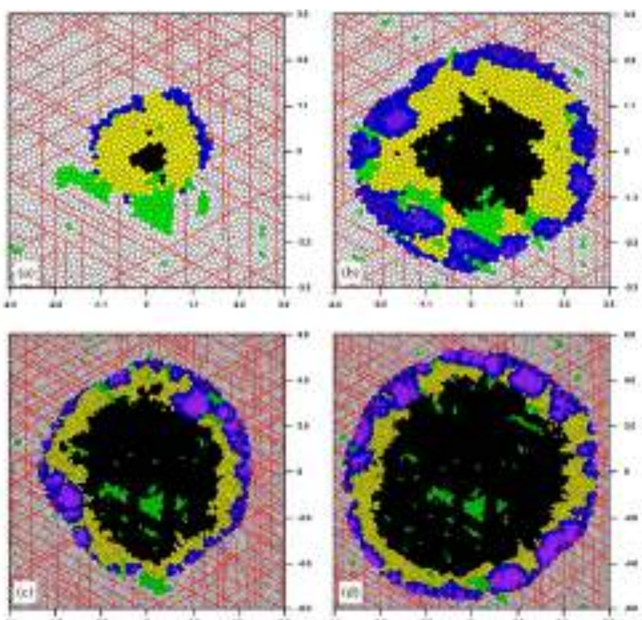
Microstructure d'un os.

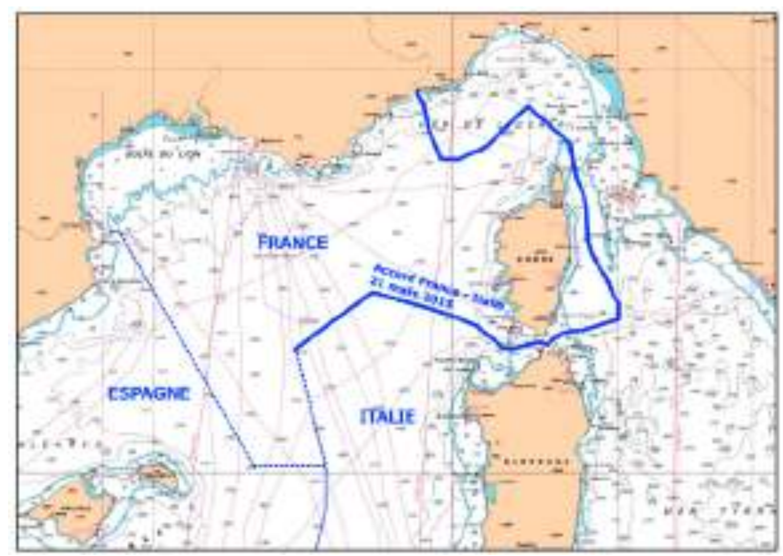
Girafe réticulée

Utilisations du diagramme de Voronoï


Cristallographie


Imagerie numérique : jeux vidéo, imagerie médicale, …


Modélisation de tumeur



Détermination de frontières

Utilisations du diagramme de Voronoï

Atelle

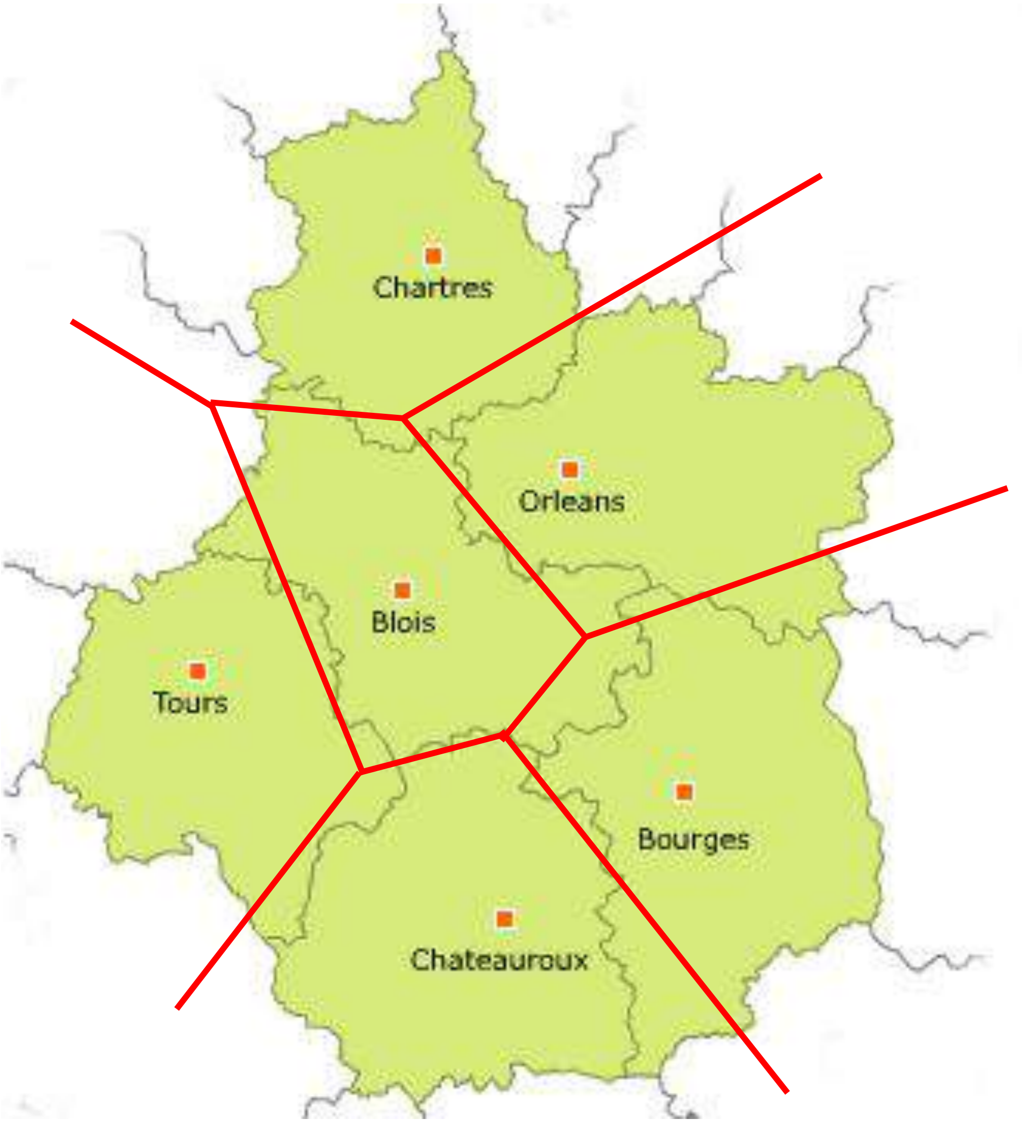
Objets design

Watercube, piscine olympique Pékin

Symbiotic Towers, Dubai *(projet)*

Exemple : carte de la région Centre

Exemple : carte de la région Centre



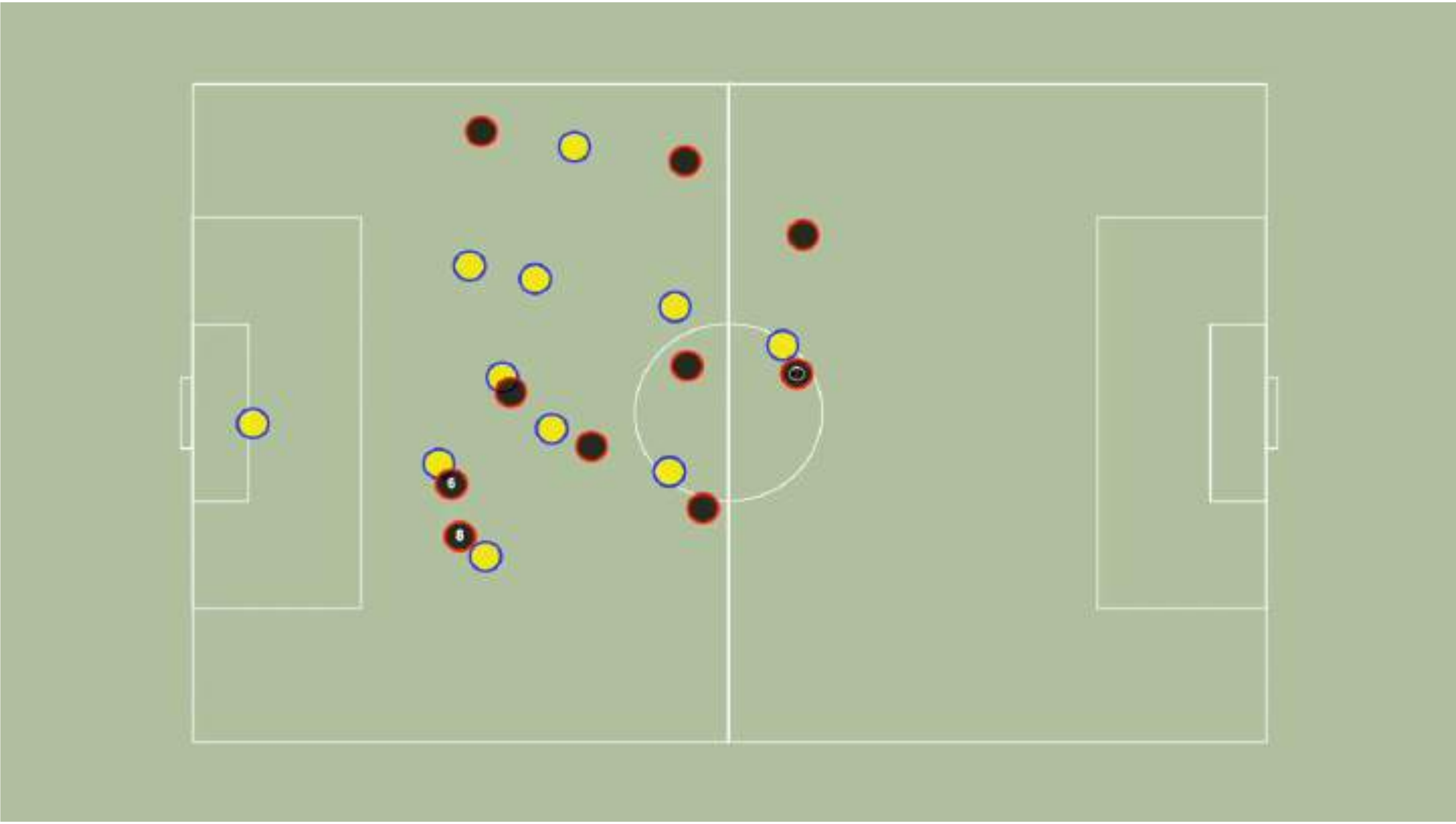
Analyse d'une action de football

Demi-finale coupe du monde 2014
Allemagne Brésil : 7 – 1.

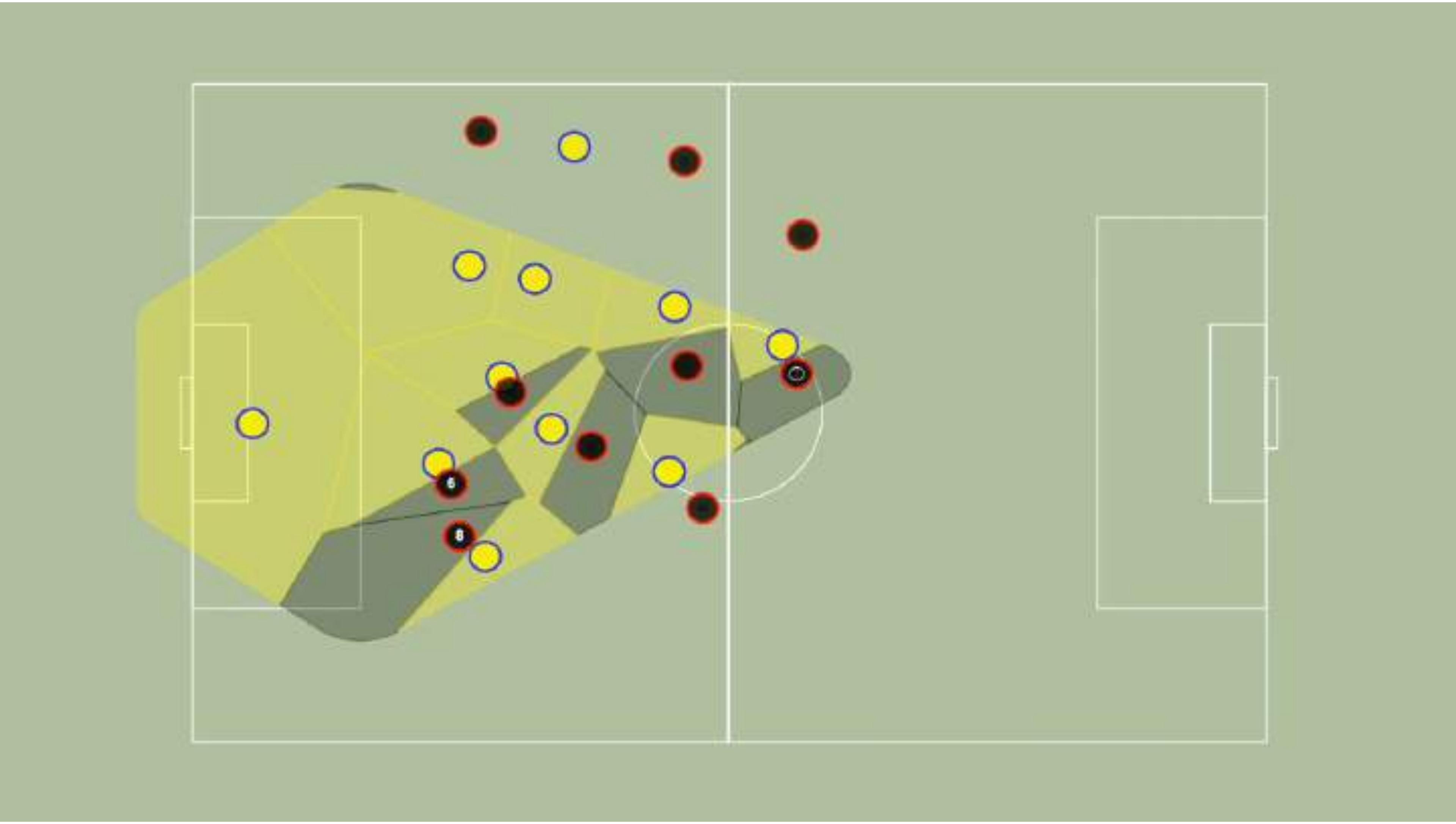
5ème but allemand. 29ème minute

Analyse d’une action de football

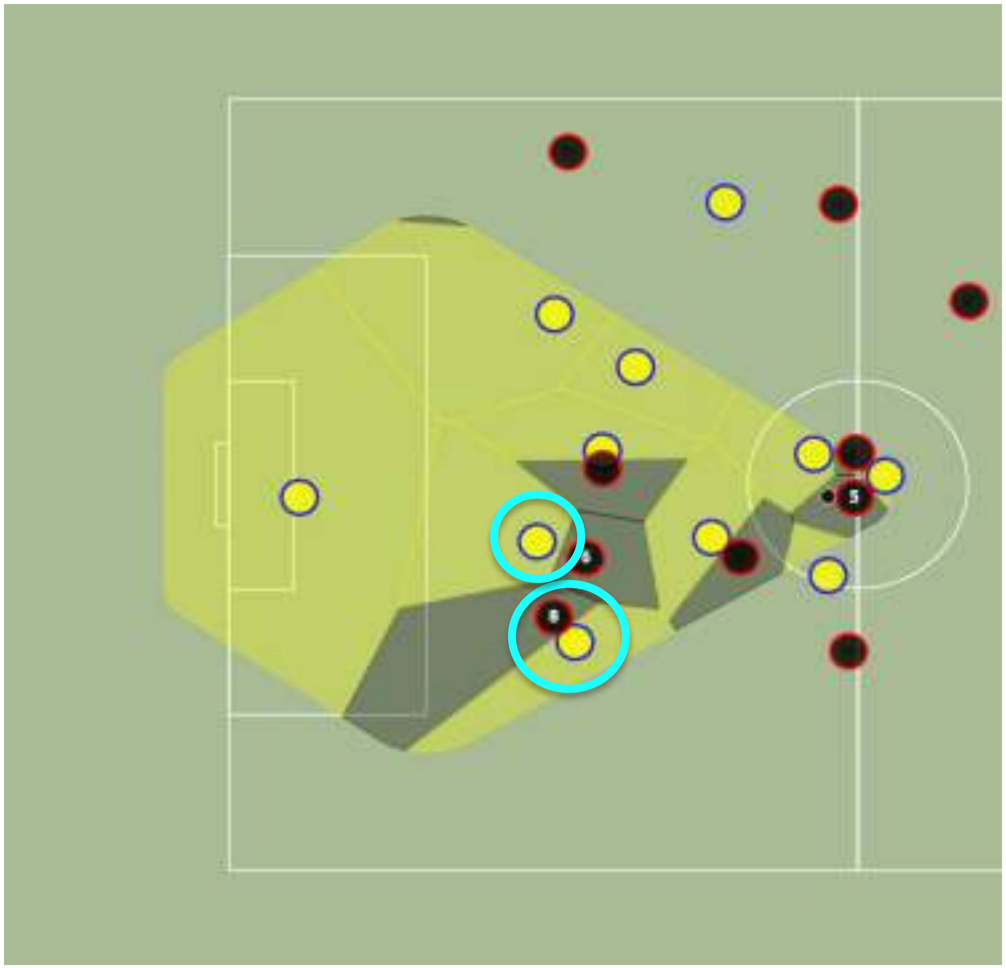
Analyse d’une action de football



Analyse d'une action de football



Analyse d’une action de football

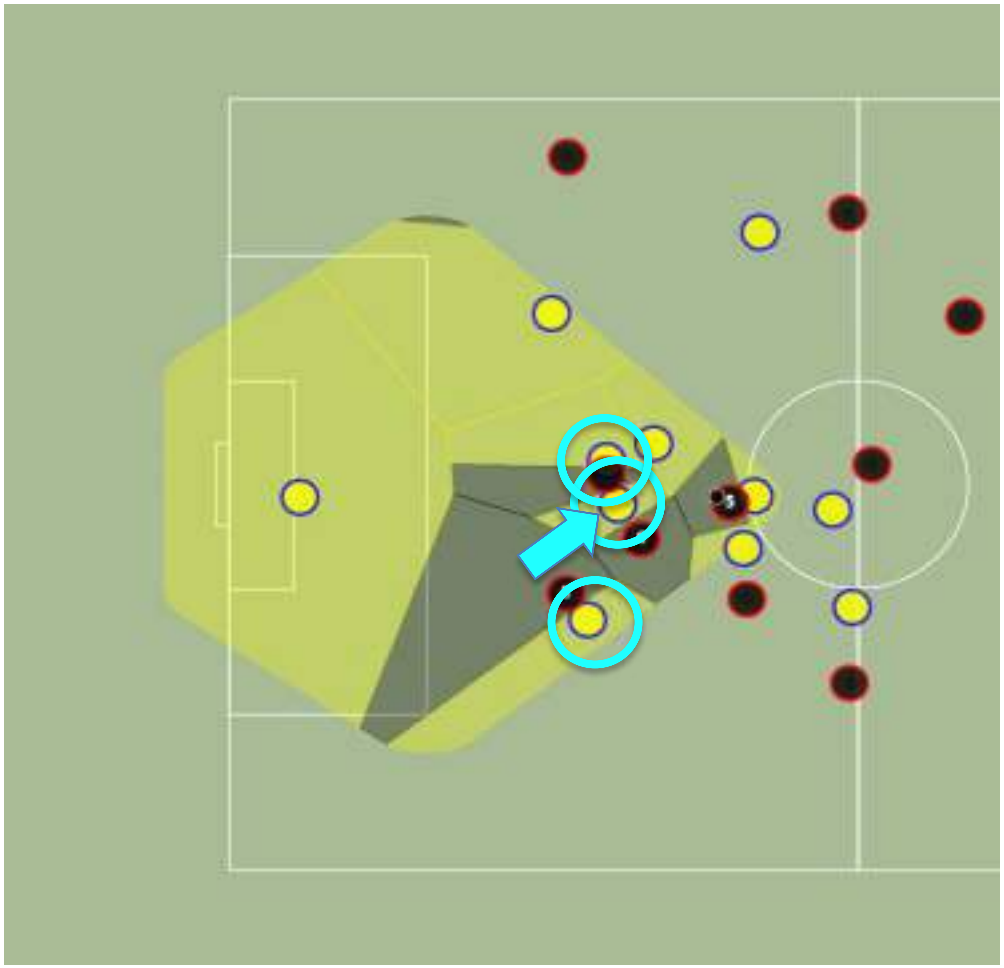


Au départ :

L’arrière droit (Maicon) ne couvre pas son adversaire (Özil). Il lui laisse du champ libre.

L’arrière central (David Luiz) couvre une zone en contact avec 3 adversaires.

Analyse d’une action de football

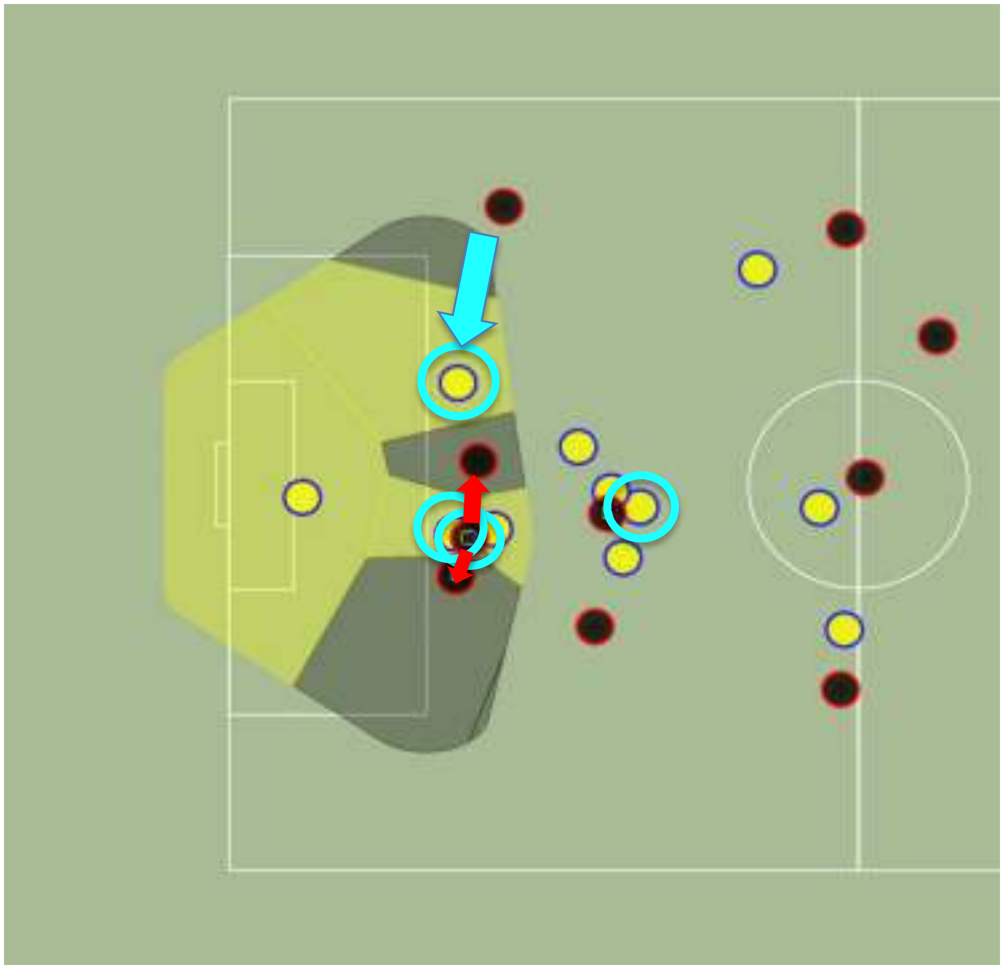


Quelques secondes plus tard :

David Luiz a avancé, laissant du champ libre en plein centre face au but.

Si le défenseur droit (Maicon) et l’autre défenseur central (Dante) étaient mieux placés, ce champ ne serait pas libre.

Analyse d’une action de football



Encore plus tard :

David Luiz est sorti du jeu.

Dante s’est repositionné.
Mais couvre 3 joueurs.

Marcelo revient vers le centre.

Khedira, qui a le ballon, peut le passer à deux partenaires ayant la voie libre vers le but.

Merci de votre attention !