



Fiche pédagogique

Activité : Réseau de tri

Objectifs pédagogiques : Découvrir et comprendre ce qu'est un algorithme.

Notions abordées : Comparaison, tri, algorithme, si ... alors ..., boucle, complexité.

Compétences développées :

★ **Chercher** : S'engager dans une démarche scientifique ; Organiser, tester et ajuster différentes hypothèses pour comprendre l'objectif d'un algorithme.

★ **Représenter** : Utiliser une représentation graphique (ici un réseau) pour décrire un algorithme.

★ **Raisonner** :

- Prendre conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce qu'on affirme, en particulier qu'un algorithme fonctionne.
- Reconnaître des schémas, des configurations, des invariants.

Matériel nécessaire : *Pour la version grandeur nature* : Cerceaux et lattes, ardoises pour écrire ou ensemble de cartes (avec des nombres, des mots...) ou ensemble d'objets à trier (suivant l'ordre naturel, l'ordre alphabétique, la taille...). Alternativement, on peut également peindre les réseaux dans une cour.

Pour la version plateau : bâches ou posters avec les réseaux de tri; jeton ou images avec des nombres ou des mots à trier.

Niveau : A partir du cycle 2.

Durée : A partir de 30 minutes. Une heure si l'on veut aller plus loin..

Messages à faire passer

Dès le cycle 2 :

- Un algorithme est une suite d'instructions (non ambiguës) qui produit un résultat (correct).
- Un algorithme est une façon de décomposer une tâche complexe en des tâches plus simples (élémentaires).

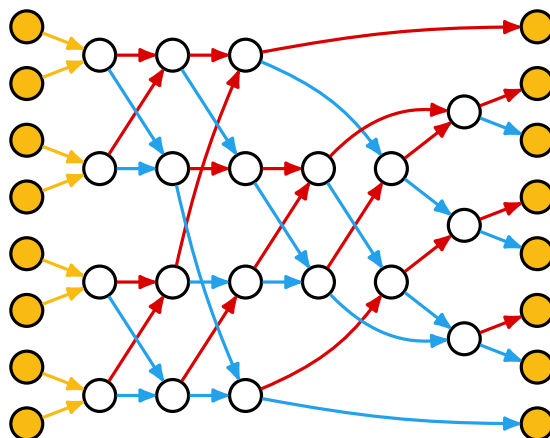
A partir du cycle 3 :

- Il peut exister plusieurs algorithmes pour résoudre un même problème.
- On peut les comparer par leur temps d'exécution (le nombre d'opérations réalisées).

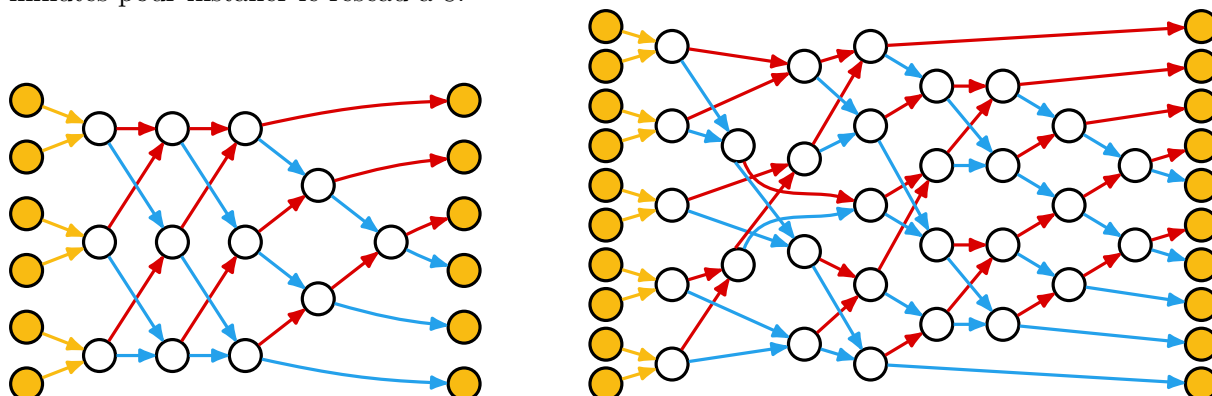
Déroulement :

Nous expliquons ci-dessous le déroulement pour la version grandeur nature. Il est facile d'en déduire celui pour la version plateau.

Sur le sol est disposé un réseau de tri fait avec des cerceaux et des lattes (ou peint sur le sol). Assez communément, on utilise le réseau de tri à 8 personnes ci-dessous.



Mais on peut, suivant la place, l'envie ou le nombre de participants prévues à l'atelier, utiliser un réseau pour 6 ou 10 personnes. Si vous jouez avec des cerceaux et des lattes, comptez 10-15 minutes pour installer le réseau à 8.



On donne à huit participants des choses à trier. Ce peut-être des objets comme des bâtons, des figurines, des ballons de taille différentes, ou bien des nombres ou bien des mots. Pour les nombres et les mots, on peut soit leur en fournir sur des cartes, soit donner des ardoises pour que les participants les choisissent elles-même. On explique ensuite les règles du jeu. Au départ, les huit participants se placent sur les huit sommets (cerceaux) jaunes de départ (à gauche sur les dessins). Ensuite, chacun avance en suivant les flèches sortantes jusqu'au sommet suivant. À chaque sommet blanc, les participants attendent d'être deux. Quand ils sont deux, ils comparent leurs choses. Celui qui a la plus petite (par l'ordre adapté) suit la flèche rouge sortante vers un autre sommet et celui qui a la plus grande suit la flèche bleue sortante. On continue ainsi jusqu'à ce que tout le monde arrive sur un des sommets d'arrivée (à droite).

Conseil pédagogique

Il est souvent utile d'insister sur le fait que ce n'est pas une course, mais un jeu collaboratif et qu'il ne sert à rien de se dépêcher et qu'il faut bien attendre d'être deux et d'avoir effectué une comparaison avant de quitter un cerceau.

On demande alors aux participants d'observer le résultat obtenu. Si les choses à coparer sont des nombres ou des mots, on peut les faire lire de la position en haut à droite sur les dessins vers celle en bas à droite. Normalement, ils s'aperçoivent que les nombres ou mots sont triés dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand) ou alphabétique.

On peut alors recommencer avec une autre position de départ pour voir si cela se reproduit. Et normalement (si l'algorithme est bien exécuté, sans erreur), ça trie encore et dans l'ordre croissant.

On explique alors que le réseau représente un algorithme, c'est-à-dire une suite d'opérations simples, ici la comparaison de deux nombres entre eux, permettant d'effectuer une tâche complexe, ici trier des nombres. En général, un algorithme prend des entrées, ici une liste non triée, et renvoie un résultat, ici une liste triée.

Validité et preuve (à partir du cycle 3) Une des choses fondamentales pour un algorithme est la nécessité de garantir qu'il soit valide, c'est-à-dire qu'il produit bien la sortie attendue quelle que soit l'entrée. Il faut donc garantir que nos réseaux de tris fonctionnent. Si un contre-exemple suffit à montrer qu'un réseau ne trie pas correctement, quelques exemples concluants ne suffisent pas à démontrer qu'un réseau est valide, c'est-à-dire trie correctement. Pour assurer la validité, il faudrait que tous les cas soient envisagés. Hélas leur nombre est souvent trop grand (même pour un ordinateur). Pour le réseau à 8, il y en a $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$. Pour un réseau à 100, il y en a $100! = 100 \times 99 \times \dots \times 2 \times 1$ soit environ 10^{157} (un nombre à 157 chiffres) ce qui est hors de portée d'un ordinateur. D'où la nécessité de faire des preuves.

Conseil pédagogique

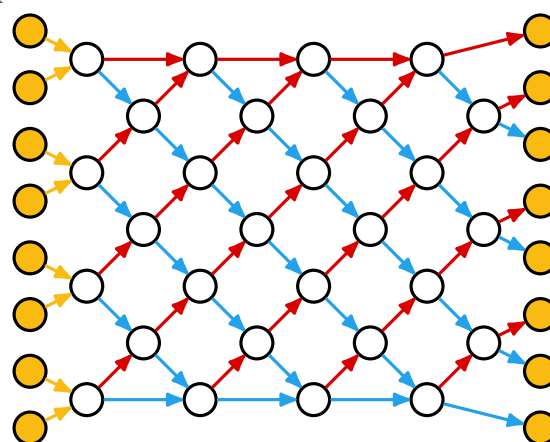
On peut faire deviner aux participants la formule de $8!$ pour le nombre de cas de la manière suivante. Demander combien il y a de positions possibles pour la plus grande chose. Ils doivent normalement répondre 8. On demande alors au participant ayant la plus grande chose d'aller se mettre dans une position de son choix. On demande alors combien, combien il y a de positions possible pour la deuxième plus grande chose, une fois que la plus grande chose est placée. Il doivent répondre 7. Expliquer que cela est vrai pour chacune des 8 positions possibles pour la plus grande chose et qu'il y a donc 8×7 possibilités différentes pour les positions des deux plus grandes choses. On demande au participant ayant la deuxième plus grande chose d'aller se mettre dans une position libre de son choix. On demande alors combien, combien il y a de positions possible pour la troisième plus grande chose, une fois que les deux plus grandes sont placées. Il doivent répondre 6. Expliquer que cela est vrai pour chacune des 8×7 positions possibles pour les deux plus grandes choses et qu'il y a donc $8 \times 7 \times 6$ possibilités différentes pour les positions des trois plus grandes choses. Et ainsi de suite jusqu'à arriver à $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

Faire les preuves que les réseaux sont valides est trop complexe pour les élèves et le grand public. Il est cependant important de noter que tout algorithme nécessite une preuve de validité et qu'il en existe pour ces réseaux. On peut également leur faire trouver des arguments partiels de la validité. Par exemple, on peut demander de montrer que la plus petite chose se retrouve à la bonne place (en haut à droite sur les dessins ci-dessus). Le plus petit suivant toujours les flèches

rouges, il suffit de vérifier qu'en suivant les flèches rouges, d'où qu'on parte, on se retrouve en haut à droite. Pour cela on peut demander à ce que les participants se placent un sur chacune des cases de départ et qu'ils suivent tous le chemin rouge. On peut également demander de montrer que le deuxième plus petit se retrouve à la bonne place. Il faut alors suivre les flèches rouges sauf quand il croiserait le plus petit. Pour arriver à droite à la deuxième position en partant du haut.

Complexité en temps (à partir du collège) À partir du collège, on peut ensuite parler de complexité en temps d'un algorithme = nombre d'opérations (ici comparaisons) que l'algorithme doit faire. Cela correspond exactement au nombre de sommets blancs dans notre réseau. Ainsi le réseau de tri à huit représenté ci-dessus fait 19 opérations.

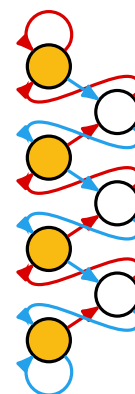
On peut montrer et les faire jouer avec le réseau ci-contre qui lui aussi permet de trier huit éléments. On peut d'ailleurs faire le jeu et les expérimentations décrites ci-dessus également avec ce réseau. Celui-ci a 28 sommets blancs. Avec ce réseau (et l'algorithme correspondant), on fait donc 28 opérations pour trier 8 nombres. C'est plus que dans le réseau vu au début où il n'en fallait que 19. Si on veut que l'algorithme soit rapide (et on veut que les algorithmes soient rapides!!), on préfère donc le réseau à huit présenté au début.



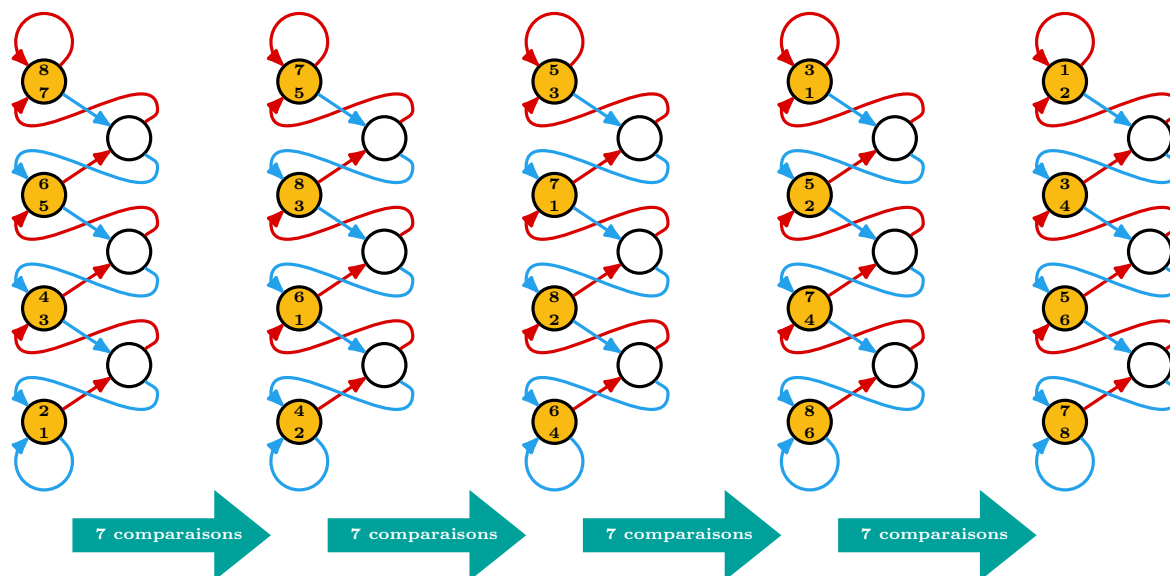
Boucle (à partir du collège)

Bien que plus lent, le réseau précédent a un avantage sur celui du début. Il est régulier et peut se replier en "boucle".

Cela donne alors le réseau ci-contre (que l'on peut présenter avec ou sans le réseau précédent). Au départ, on place deux participants sur chacun des sommets jaunes et on applique la règle précédente. Quand deux participants sont sur un sommet, ils comparent leurs nombres ou mots. Celui qui a le plus petit (par ordre naturel ou ordre alphabétique) suit la flèche rouge sortante vers un autre sommet et celui qui a le plus grand suit la flèche bleue sortante. On leur demande d'observer ce qui se passe à chaque fois que les huit participants se retrouvent à nouveau sur les sommets jaunes. Au bout d'un moment, on voit que les nombres ou mots sont triés.



Le problème est qu'il faut savoir quand s'arrêter pour rendre le résultat. Expliquer que pour être valide un algorithme doit terminer (avant même d'être valide). Poser la question de combien de tours (= boucles dans un algorithme) il faut pour être sûr que la liste est triée. Souvent des élèves trouvent qu'il faut au moins 3 ou 4 tours. Si le plus grand est tout en haut, il lui faut au moins 3 tours pour arriver sur le sommet le plus bas, puis encore une comparaison pour être tout en bas dans ce dernier sommet. Il faut bien faire attention que quand un participant entre sur un sommet par la flèche entrant en haut (resp. en bas) du sommet, elle reste en haut (resp. en bas) de ce sommet avant de se comparer. Comparer se fait à l'intérieur d'un sommet (le plus grand se met en bas, le plus petit en haut). Il faut donc au moins 4 tours, et il est possible de montrer que 4 suffisent.



À noter qu'en effectuant 4 tours, on effectue 28 comparaisons. C'est plus qu'avec le premier réseau, et c'est le même que le deuxième dont il est le repliement. En revanche, c'est plus rapide à installer (programmer), car nous n'avons que 7 sommets/cerceaux à positionner. Son côté répétitif favorise également les preuves et permet à la construction de facilement se généraliser à des réseaux triant un grand nombre d'objets.

Conseil pédagogique

Comme d'habitude, tout au long de l'atelier, il est important d'énoncer les messages dans l'encart précédent. Il est également bénéfique de prendre quelques minutes à la fin de l'atelier pour les rappeler.

En fin d'atelier (et seulement à la fin), il peut être utile de leur demander ce qu'il ont fait et de leur dire ou faire dire que c'est de l'informatique. Ceci permet d'ancrer l'idée que l'informatique peut être ludique et ne se fait pas nécessairement face à un écran.

Didactique et pédagogie

Adaptation aux jeunes enfants : Nul besoin de savoir lire, ou écrire, pour comparer. On peut donc adapter cette activité pour les plus petits (avec le réseau à six par exemple) en donnant aux participants des bâtons de bois ou des tubes en carton de différentes longueurs qu'ils peuvent comparer en "faisant la taille", c'est-à-dire en les mettant l'un à côté de l'autre. Les objectifs pédagogiques ne sont cependant pas les mêmes. Il s'agit simplement d'apprendre à exécuter un algorithme simple (c'est-à-dire dans le cas présent appliquer les règles du jeu) et travailler sur la comparaison.

Cette activité peut aussi être l'occasion de travailler la distinction droite-gauche. En effet, dans les réseaux à 6 et 8, toutes les flèches bleues partent vers la droite et toutes les flèches rouges partent vers la gauche.

Quelles choses comparer ? L'activité a pour but de faire comprendre de qu'est un algorithme. Il faut donc que les opérations de comparaisons soient faciles. Par exemple, si on a des objets que l'on compare par la taille, il faut que les tailles de ceux-ci soient suffisamment différentes pour qu'il n'y ait aucune ambiguïté.

Pratiquer le tri avec des objets est intéressant. car cela permet d'ancrer l'idée que pour comparer deux objets, il n'est pas nécessaire de les mesurer (et donc d'avoir recours à des nombres) et que comparer est beaucoup plus simple que mesurer.

Les pratiquer avec des nombres ou avec des mots permet de travailler l'ordre des nombres (par exemple en utilisant des décimaux, des nombres négatifs ou des fractions) ou l'ordre alphabétique des mots. Cela permet aussi de laisser les participants choisir leur nombre ou mot, et de montrer que cela peut marcher avec n'importe quel ensemble au départ et pas seulement celui fourni par le médiateur. Il se peut que deux participants choisissent le même nombre ou mot. Cela permet alors de montrer que cela marche si deux choses sont de même valeur, à condition qu'après que deux participants avec de telles choses, un participant prenne le chemin bleu et l'autre le rouge (peu importe qui).

Quoiqu'il soit, si le temps le permet, ou si on fait plusieurs séances, il est intéressant de faire l'activité avec différents types de choses qui peuvent se comparer. On peut aussi en profiter pour colorer l'activité avec des choses vues par ailleurs : des événements abordés en histoire à classer par ordre chronologique ; des animaux par taille, nombre de pattes en biologie ou ordre d'apparition dans l'évolution, les planètes par taille ou distance au soleil, ...

Expérimenter et tester les réseaux Il est important d'inciter les participants à formuler des hypothèses et à les vérifier. À commencer par l'hypothèse que le réseau trie. Mais d'autres hypothèses ou questions sont souvent soulevées. Par exemple, il est souvent demandé ce qui se passe si on prend le réseau à l'envers (la règle n'est pas bien définie, car il y a parfois deux flèches de la même couleur qui entrent sur un cerceau et quand bien même ils font ce qu'ils veulent dans ce cas, on ne peut rien garantir). On peut aussi s'interroger de ce qui se passe si celui qui a le plus grand suit la flèche rouge et celui qui a le plus petit la flèche bleue (on trie alors dans l'ordre inverse, c'est-à-dire décroissant de haut en bas). On peut également essayer de les faire deviner comment trier dans l'ordre inverse.

Enfin, on peut éventuellement faire des réseaux qui ne marchent pas en permutant une flèche bleue et une rouge qui sortent d'un même sommet et constater que parfois ça trie et parfois non.