Fiche pédagogique

Activité : réseaux de tri

Objectifs pédagogiques : Découvrir ce qu'est un algorithme.

Notions abordées : Comparaison, tri, algorithme, si ... alors ..., boucle, complexité.

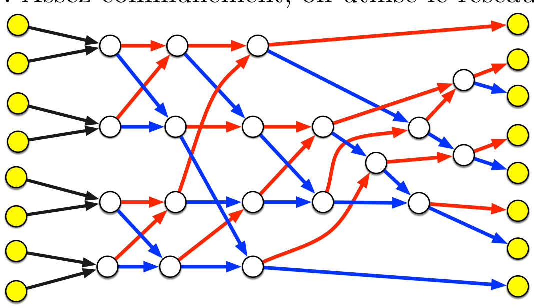
Matériel nécessaire : *Pour la version grandeur nature :* Cerceaux et lattes, ardoises pour écrire ou ensemble de carte (avec des nombres, des mots, ...) à trier (suivant l'ordre naturel, l'ordre alphabétique ...). Alternativement, on peut également peindre les réseaux dans une cour.

Pour la version plateau : bâches ou posters avec les réseaux de tri ; jeton ou images avec des nombres ou des mots à trier.

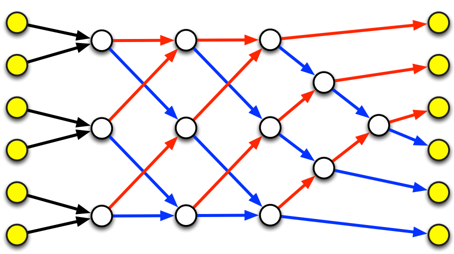
Niveau : A partir du cycle 2.

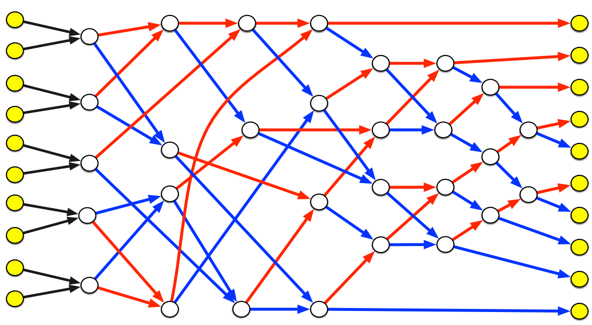
Déroulement : Nous expliquons ci-dessous le déroulement pour la version grandeur nature. Il est facile d'en déduire celui pour la version plateau.

Sur le sol est disposé un réseau de tri fait avec des cerceaux et des lattes (ou peint sur le sol). Assez communément, on utilise le réseau de tri à 8 personnes ci-dessous.



Mais on peut suivant la place, l'envie ou le nombre de personnes prévues à l'atelier, utiliser un réseau pour 6 ou 10 personnes. Si vous jouez avec des cerceaux et des lattes, comptez 10-15 minutes pour installer le réseau à 8.





On donne à huit personnes des ardoises sur lesquelles on leur demande d'écrire soit un nombre soit un mot. On explique ensuite les rêgles du jeu. Au départ, les huit personnes se placent sur les huit sommets (cerceaux) jaunes de départ (à gauche sur les dessins). Ensuite, chacun avance en suivant les flêches sortantes jusqu'au sommet suivant. À chaque sommet blanc, les participants attendent d'être deux. Quand ils sont deux, ils comparent leurs nombres ou mots. Celui qui a le plus petit (par ordre naturel ou ordre alphabétique) suit la flêche bleue sortante vers un autre sommet et celui qui a le plus grand suit la flêche rouge sortante. On continue ainsi jusqu'à ce que tout le monde arrive sur un des sommets jaunes d'arrivée.

On demande alors aux participants d'observer le résultat obtenu, en leur faisant lire leur nombre ou mot de la position en bas à droite sur les dessins vers celle en haut à droite. Normalement, ils s'apercoivent que les nombres ou mots sont triés dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand).

On peut alors recommencer avec une autre position de départ pour voir si cela se reproduit. Et normalement ça trie encore et dans l'ordre croissant.

Adaptation aux jeunes enfants Nul besoin de savoir lire, ou écrire, pour comparer. On peut donc adapter cette activité pour les plus petits (avec le réseau à six par exemple) en donnant au participant des bâtons de bois ou des tubes en carton de différentes longueurs qu'ils peuvent comparer en "faisant la taille", c'est à dire en les mettant l'un à côté de l'autre.

Cet activité peut aussi être l'occasion de travailler la distinction droite-gauche. En effet, dans les réseaux à 6 et 8, toutes les flêches bleues partent vers la droite et toutes les flêches rouges partent vers la gauche.

Multiplier les types de comparaisons Il est intéressant de faire le jeu avec différentes choses qui peuvent se comparer, évidemment des nombres et des mots, mais on peut le faire avec des objets de différentes tailles (comme évoqué ci-dessous) ou poids (en se munissant de balances de Roberval), mais avec toutes les choses qui peuvent se comparer : des événements par ordre chronologique en histoire, des animaux par nombre de pattes en biologie, ...

Expérimenter et tester les réseaux Il est important d'inciter les participants à formuler des hypothêses et à les verifier. À commencer par l'hypothêse que le réseau trie. Mais d'autres hypothêses ou questions sont souvent soulevées. Par exemple, il est souvent demandé ce qui se passe si on prend le réseau à l'envers (la rêgle n'est pas bien définie, car il y a parfois deux flêches de la même couleur qui entrent sur un cerceaux et quand bien même il font ce qu'ils veulent dans ce cas, on ne peut rien garantir). On peut aussi s'interroger de ce qui se passe si celui qui a le plus grand suit la flêche bleue et celui qui a le plus petit la flêche rouge (on trie alors dans l'ordre inverse, c'est à dire décroissant de bas en haut). On peut également essayer de les faire deviner comment trier dans l'ordre inverse.

Enfin, on peut éventuellement faire des réseaux qui ne marchent pas (en permutant une flêche bleue et une rouge qui sortent d'un même sommet et constater que parfois ca trie et parfois non.

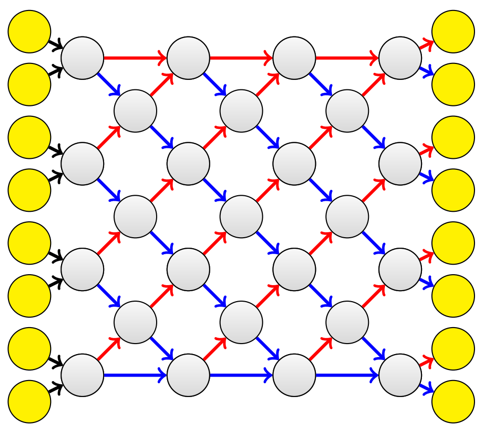
Validité et preuve Si un contre-exemple suffit à invalider une hypothêse, des exemples concluants ne suffisent pas à démontrer qu'une hypothèse est vraie. A moins que tous les cas soient envisagés. Hélas leur nombre est souvent trop grand (même pour un ordinateur). Pour le réseau à 8, il y en a $8! = 40\,320$. Pour un réseau à 100, il y en a environ 10^{157} (un nombre à 157 chiffres) ce qui est hors de portée d'un ordinateur. D'où la nécessité de faire des preuves.

Faire les preuves que les réseaux sont valides est trop complexe. On peut cependant leur faire trouver des arguments partiels de la validité. Par exemple, on peut demander de montrer que le plus petit nombre (ou mot, ...) se retrouve à la bonne place (en bas à droite sur les dessins ci-dessus). Le plus petit suivant toujours les flêches bleues, il suffit de vérifier qu'en suivant les flêches bleues, d'oà[1] qu'on parte, on se retrouve en bas à droite. On peut également demander de montrer que le deuxième plus petit se retrouve à la bonne place. ? Il faut alors suivre les flêches bleues sauf quand il croisera le plus petit. Pour arriver à droite à la deuxiême position en partant du bas.

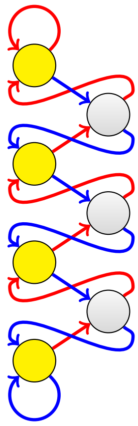
Algorithme On explique que le réseau représente un algorithme, c'est-à-dire une suite d'opérations simples, ici la comparaison de deux nombres entre eux, permettant d'effectuer une tâche complexe, ici trier des nombres. En général, un algorithme prend des entrées, ici une liste non triée, et renvoie un résultat, ici une liste triée. Une des choses fondamentales pour un algorithme est qu'il soit valide, c'est-à-dire qu'il marche quelle que soit l'entrée. Voir paragraphe précédent.

Complexité en temps On peut alors parler de complexité en temps d'un algorithme = nombre d'opérations (ici comparaisons) que l'algorithme doit faire. Cela correspond exactement au nombre de sommets gris/blancs dans notre réseau. Ainsi le réseau de tri à huit représenté ci-dessus fait 19 opérations.

On peut montrer et les faire jouer avec le réseau ci-contre qui lui aussi permet de trier huit éléments. On peut d'ailleurs faire le jeu et les expérimentations décrites ci-dessus également avec ce réseau. Celui-ci a 24 sommets gris. Avec ce réseau (et l'algorithme correspondant), on fait donc 24 opérations pour trier 8 nombres. C'est plus que dans le réseau vu au début oà[1] il n'en fallait que 19. Si on veut que l'algorithme soit rapide (et on veut que les algorithmes soient rapides !!), on préféra donc le réseau à huit présenté au début.

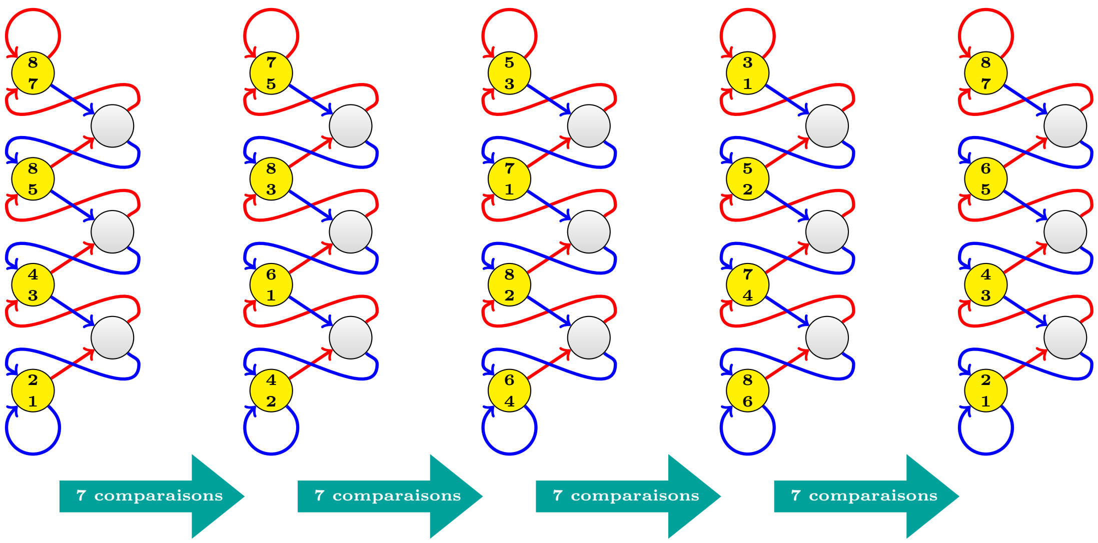


Boucle Bien que plus lent, le réseau précédent à un avantage sur celui du début. Il est régulier et peut se replier en "boucle".



Cela donne alors le réseau suivant (que l'on peut présenter avec ou sans le réseau précédent). Au départ, on place deux personnes sur chacun des sommets jaunes et on applique la règle précédente. Quand deux personnes sont sur un sommet, ils comparent leurs nombres ou mots. Celui qui a le plus petit (par ordre naturel ou ordre alphabétique) suit la flèche bleue sortante vers un autre sommet et celui qui a le plus grand suit la flèche rouge sortante.
On leur demande d'observer ce qui se passe à chaque fois que les huit personnes se retrouvent à nouveau sur les sommets jaunes. Au bout d'un moment, on voit que les nombres ou mots sont triés.

Le problème est qu'il faut savoir quand s'arrêter pour rendre le résultat. Expliquer que pour être valide un algorithme doit terminer (avant même d'être valide). Poser la question de combien de tours (= boucles dans un algorithme) il faut pour aller être sur que la liste est triée. Souvent des élèves trouvent qu'il faut au moins 3 ou 4 tours. Si le plus grand est tout à droite, il lui faut au moins 3 tours pour arriver sur le sommet le plus à droite, puis encore une comparaison pour être tout à droite dans ce dernier sommet. (Il faut bien faire attention que quand une personne entre sur un sommet par la flèche entrant à gauche (resp. à droite) du sommet, elle reste à gauche (resp. à droite) de ce sommet avant de se comparer. Comparer se fait à l'intérieur d'un sommet (le plus grand se met à droite, le plus petit à gauche).) Il faut donc au moins 4 tours, et il est possible de montrer que 4 suffisent.



A noter qu'en effectuant 4 tours, on effectue 28 comparaisons. C'est plus qu'avec les réseaux précédents, (y compris le deuxième dont il est le repliement, mais en ajoutant 3 opérations supplémentaires inutile). En revanche, c'est plus rapide à installer (programmer) car nous n'avons que 7 sommets/cerceaux à positionner. Son côté répétitif favorise également les preuves et permet à la construction de facilement se généraliser à des réseaux triant un grand nombre d'objets.