

Fiche pédagogique

Activité : Puzzle de Pythagore.

Objectifs pédagogiques : Comprendre le théorème de Pythagore en ayant une représentation visuelle. S'apercevoir qu'il peut y avoir plusieurs manières (preuves) pour un même résultat (théorème). Travailler le raisonnement.

Notions abordées : Géométrie, théorème de Pythagore, aire, triangle rectangle, pavage

Matériel nécessaire : Puzzles de Pythagore.



Niveau : À partir du cycle 3.

Déroulement : Des puzzles donnant différentes preuves par pavage du célèbre théorème de Pythagore sont présentés. Voir Figure 1.

On commence par énoncer le théorème :

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré de l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés des deux autres côtés

et montrer visuellement ce qu'il veut dire.

Il est ensuite proposé aux participants de "prouver" ce théorème à l'aide de différents puzzles. Avec les pièces de chaque puzzle, on doit faire tour à tour les deux petits carrés et le carré de l'hypoténuse. On insiste sur le fait que chaque puzzle correspond à une preuve, qu'un même théorème peut avoir plusieurs preuves différentes. Le théorème de Pythagore en possède plusieurs centaines.

On évoque ensuite la réciproque du théorème de Pythagore : *Si l'aire du carré du plus grand côté d'un triangle est égale à la somme des aires des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle*, et de ses applications, notamment la corde à 13 nœuds.

Enfin on énonce en général le théorème de Pythagore avec des carrés, mais on pourrait le faire avec n'importe quelles formes similaires dont les longueurs sont proportionnelles au côté du triangle. On peut par exemple le faire avec les polygones réguliers et il existe là aussi

des preuves par pavages. Voir par exemple Figure 2. Mais c'est aussi vrai avec n'importe quelle forme, comme illustré dans la Figure 3. : ainsi *l'aire du demi-disque (resp. cochon) de l'hypoténuse (en vert) est égale à la somme des aires des demi-disques (resp. cochons) des deux autres côtés (en jaune et bleu).*

Là aussi, il existe des preuves par pavage pour certaines formes comme pour la forme de vase de la Figure 4.

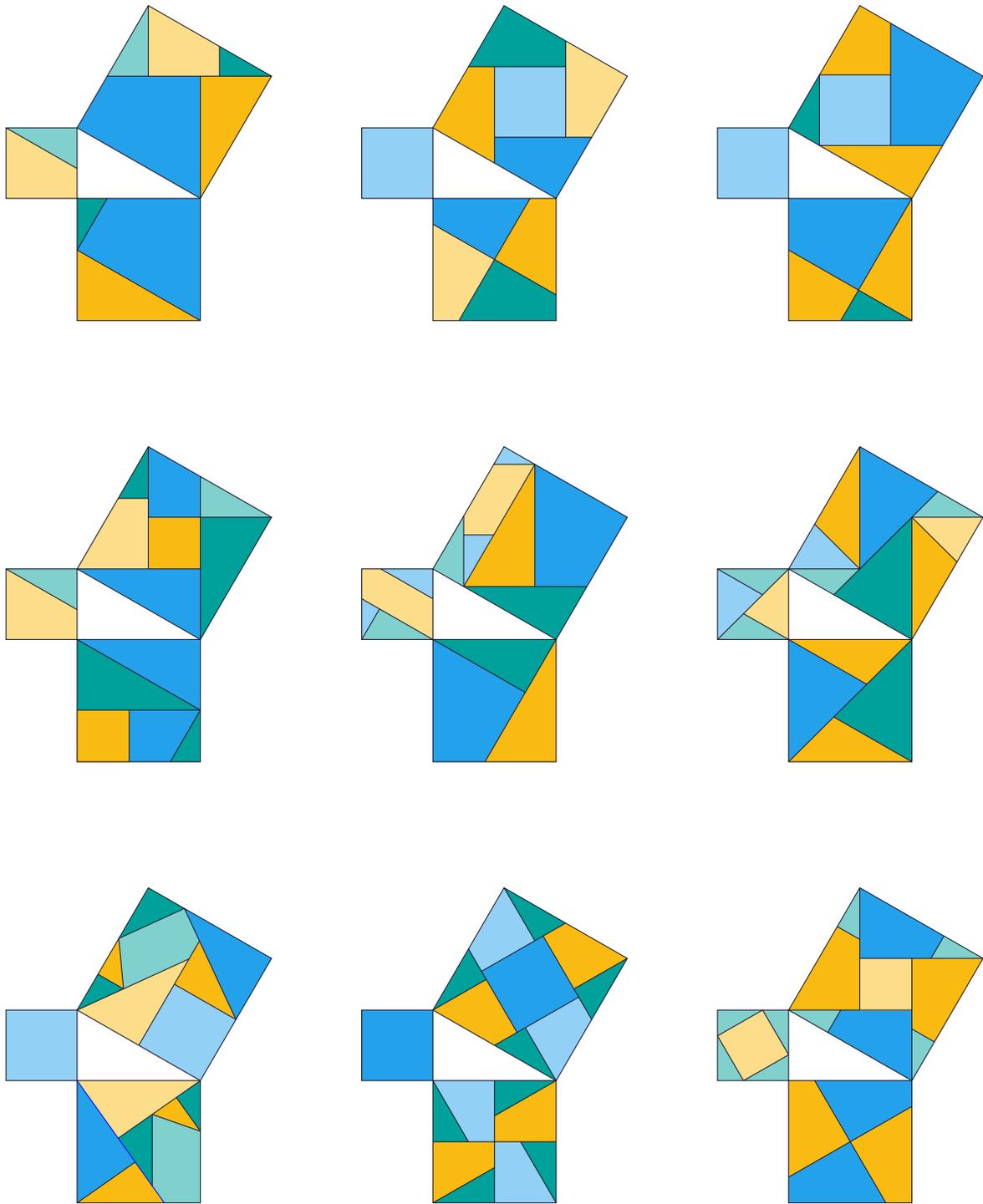


FIGURE 1 – Quelques pavages de Pythagore

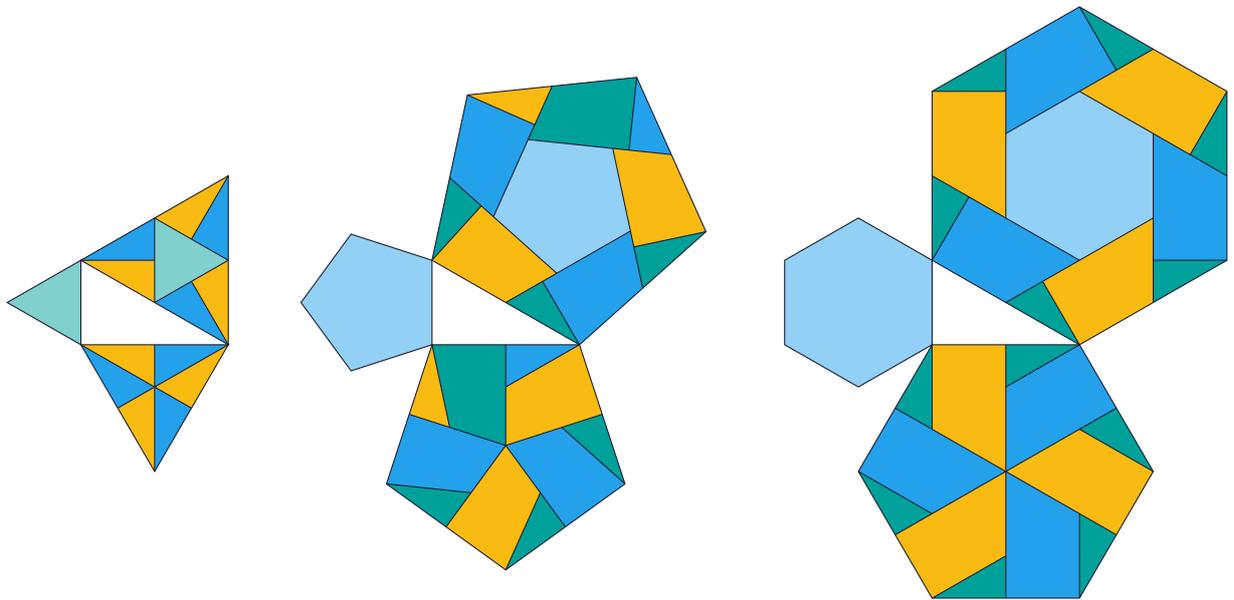


FIGURE 2 – Quelques pavages de Pythagore avec d'autres polygones réguliers

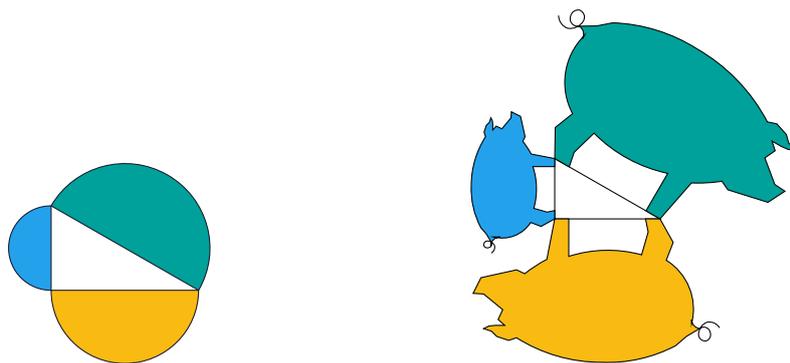


FIGURE 3 – Le théorème de Pythagore avec des formes non polygonales

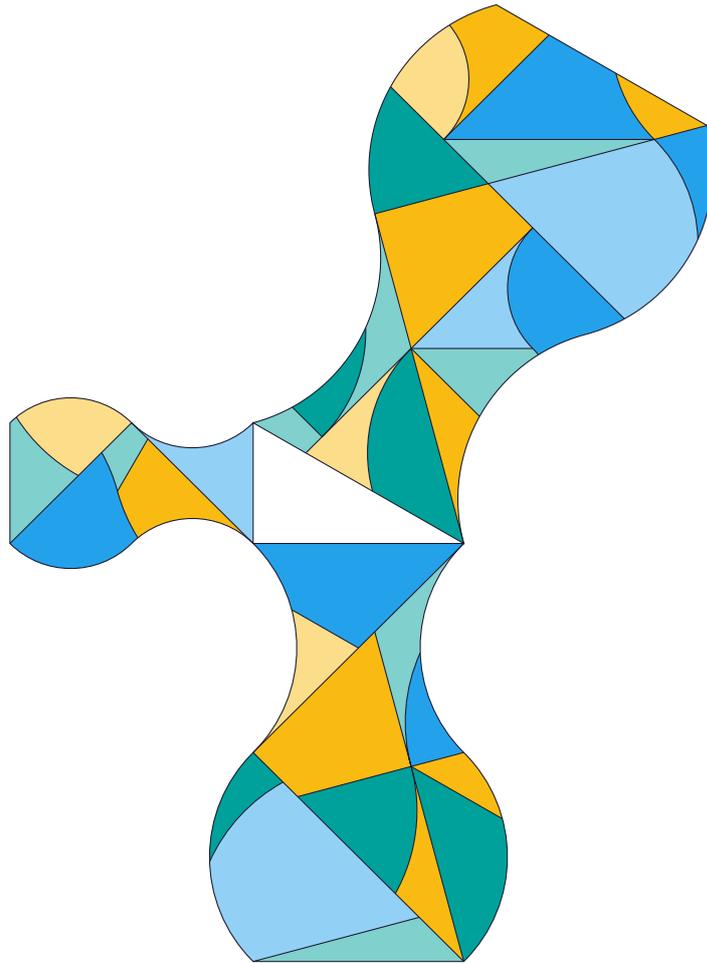


FIGURE 4 – Puzzle de Pythagore avec une forme non polygonale