

# Pendule inversé

## Fiche pédagogique

**Matériel nécessaire :** Le pendule inversé. Avoir un balai ou une tige munie d'une masse à faire tenir sur la paume peut également être utile.

**Objectifs pédagogiques :** Montrer un cas d'école en robotique et ses différents aspects.

- la mécanique, avec notamment la notion d'équilibre.
- les différents composants d'un tel système technologique (moteur, capteurs, contrôleur, ...).
- différentes méthodes de commande et de régulation : méthode basée sur les modèles et apprentissage par renforcement.

Montrer que des robots dédiés peuvent faire des choses qu'un homme ne peut pas et expliquer pourquoi.

**Notions abordées :** Equilibre stable/instable. Angles. Vitesse accélération. Transformation translation/rotation. Système technologique. Régulation. Méthode basée sur les modèles, apprentissage par renforcement.

**Niveau :** A partir de la fin de 4ème.

**Informations générales :** Le pendule est un système mécanique constitué d'une tige dont une extrémité est accrochée à un axe autour duquel elle peut tourner et dont l'autre extrémité est le plus souvent munie d'une masse. Un tel système a deux positions d'équilibre : une position d'équilibre stable (la tige verticale sous l'axe) et une position d'équilibre instable (la tige verticale au dessus de l'axe). Naturellement, le pendule se met dans sa position d'équilibre stable. Il peut théoriquement être dans l'équilibre instable, mais, à la moindre perturbation, il quitte cette position et revient vers l'équilibre stable.

Le pendule est monté sur un chariot mobile qui peut se déplacer horizontalement (de gauche à droite et de droite à gauche). Le but est de déplacer le chariot de manière à faire monter le pendule en sa position d'équilibre instable et de l'y maintenir. Le maintien à l'équilibre instable est une tâche compliquée et est une sorte de variante du jeu qui consiste à faire tenir un balai verticalement la tête en haut sur la paume de sa main.

Le pendule inversé est un cas d'école en robotique qui a plusieurs intérêts :

- Le principe du pendule inversé est utilisé dans les nouveaux moyens de transports tels que le segway, l'hoverboard ou la gyroroue qui permettent d'avancer en se penchant en avant.

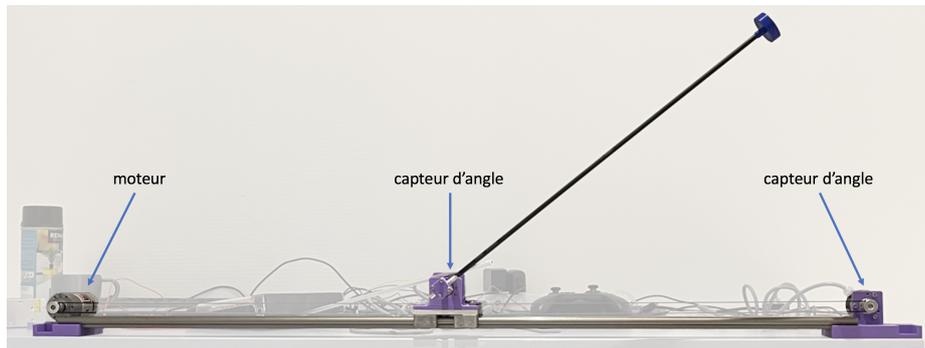
- Les problèmes de stabilisation d'un équilibre instable se retrouvent également dans d'autres robots, notamment les drones. Tester sur le pendule (qui ne s'abîme pas quand il perd son équilibre instable) permet de valider des méthodes avant de les appliquer à des systèmes plus coûteux ou fragiles.
- On peut voir l'homme comme un pendule inversé triple dont les axes de rotations sont les articulations de la cheville, du genou et des hanches. Le pendule inversé est donc un premier pas nécessaire avant de faire des robots plus complexes et notamment des robots humanoïdes qui marchent sur deux jambes.

**Déroulement :** On commence par exposer au public ce qu'il faut faire, à savoir faire osciller le pendule pour le monter et le maintenir en équilibre instable en déplaçant le chariot horizontalement. On explique que cela se décompose en deux parties :

- 1) bouger le chariot horizontalement (translation) pour faire osciller le pendule (rotation). C'est l'occasion (notamment pour les collégiens) de rappeler ce que sont une translation et une rotation. On peut également mentionner qu'il existe de nombreux systèmes technologiques qui transforment un mouvement de rotation en translation ou l'inverse, notamment à l'aide de bielle.
- 2) garder le pendule dans une position d'équilibre instable. C'est l'occasion de (ré)expliquer la notion d'équilibre (les forces s'annulent) et de demander aux élèves de faire le bilan des forces qui s'appliquent sur la masse au bout du pendule (poids plus traction de la tige) ainsi que leurs directions et si ce sont des forces de contact ou à distance. Faire le bilan à l'équilibre et dans une position autre pour en déduire le mouvement du pendule. Expliquer également la différence entre un équilibre stable et un équilibre instable.

Avant de laisser le public essayer, on fait une démonstration en se mettant en mode automatique en faisant croire qu'on le fait manuellement. On invite ensuite le public à tenter sa chance (en mode manuel). Après les essais, on fait le constat suivant avec le public. S'il n'est pas trop dur de monter le pendule en position verticale, il est impossible de l'y maintenir. On explique au public qu'en fait c'est impossible pour un humain. On avoue alors qu'on ne l'avait pas monté manuellement mais que c'est la machine qui l'a fait.

On décrit alors le système : on montre le moteur, les deux capteurs angulaires, le Raspberry Pi 4. Le capteur d'angle sur chariot permet d'avoir à chaque instant la position de la tige par rapport à son axe et donc d'en déduire la position et la vitesse angulaire du pendule par rapport à cet axe. L'autre capteur d'angle sert de compteur pas à pas et permet de connaître à chaque instant la position du chariot sur le rail.



On peut comparer les performances du système à celle d'un humain. Les capteurs angulaires ont une résolution de 0,1 degré, ce qui est comparable à l'œil humain. En revanche, ils fonctionnent à 50 Hz, ce qui est deux fois plus fréquent que l'œil humain qui perçoit 24 images par seconde. Mais le principal avantage de la machine est son temps de réaction. Le temps de calcul étant négligeable, elle réagit en 20 ms, alors que les humains les plus rapides réagissent en 100 ms et plus souvent en 300 à 500 ms.

Un autre avantage est que le système a été programmé pour calculer et effectuer le meilleur mouvement possible.

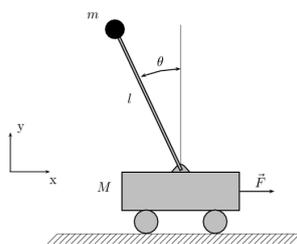
Dire qu'on peut faire mieux avec de meilleurs capteurs etc. C'est l'occasion de rappeler l'intérêt du pendule (voir infos générales), voire plus généralement de la robotique.

On passe alors à l'explication de comment a été programmé l'ordinateur pour monter le pendule.

On commence par la méthode classique. Le système est décrit par la masse  $M$  du chariot, la masse  $m$  de l'extrémité du pendule, la longueur de la tige (la masse de celle-ci est négligée), la position  $x$  du chariot, l'angle  $\theta$  entre la tige et la verticale, et les dérivées de ces deux dernières valeurs. La physique nous dit que les équations du mouvement du pendule sont les équations suivantes.

$$(M + m) \ddot{x} - m\ell\ddot{\theta} \cos \theta + m\ell\dot{\theta}^2 \sin \theta = F$$

$$\ell\ddot{\theta} - \ddot{x} \cos \theta = g \sin \theta$$



Pour les collégiens, on explique juste que  $\ddot{x}$  est l'accélération horizontale,  $\dot{\theta}$  la vitesse angulaire, et  $\ddot{\theta}$  l'accélération angulaire. On leur fait remarquer que les formules contiennent des sinus et que la trigonométrie est très importante. On leur mentionne ensuite qu'on ne sait pas résoudre exactement et seulement approximer en "linéarisant", i.e. en remplaçant  $\sin \theta$  par  $\theta$  et  $\cos \theta$  par 1. Ceci n'est valable que si  $\theta$  est petit. On peut alors faire des expériences en mode 1qr pour voir jusqu'à quel angle la machine récupère le pendule. On peut également

montrer comment la stabilité évolue quand on ajoute du poids en haut du pendule.

On présente ensuite la méthode par apprentissage par renforcement. On insiste sur le fait que la récompense est donnée par  $\cos(\theta)$ . Ainsi, si le pendule est au-dessus de son axe sa récompense est positive avec un maximum de 1 à la verticale, et si le pendule est en-dessous de son axe sa récompense est négative avec un minimum de -1 à la verticale. On montre également le film qui montre les différentes étapes de l'apprentissage. Il est disponible sur <https://www.youtube.com/watch?v=yYcccqg1cBE>.

Il est ensuite intéressant de montrer que l'apprentissage machine permet de résoudre des problèmes qu'on ne sait pas résoudre par des méthodes classiques. Avec l'inconvénient que la méthode d'apprentissage a un effet boîte noire. Ça marche mais on ne sait pas pourquoi.

On peut par exemple montrer le film du pendule triple avec la video ci-dessous : <https://www.youtube.com/watch?v=I5GvwWkKkBg>.