

Fiche pédagogique

Activité : Théorème du nid d'abeille.

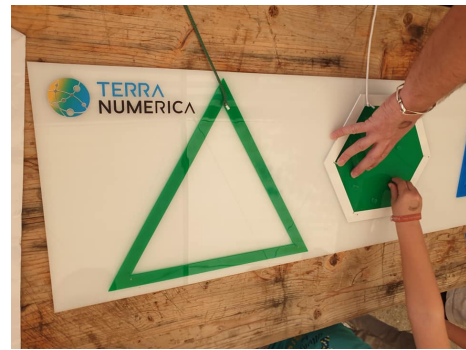
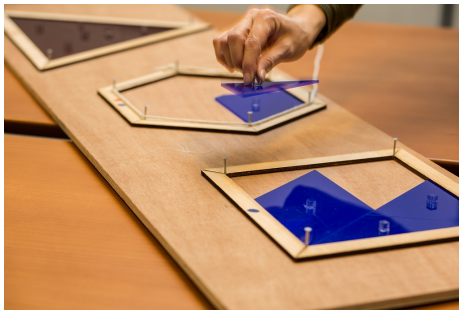
Objectifs pédagogiques : Aborder le mode de vie de certains insectes bâtisseurs et le rôle important de leur nid.

Mieux comprendre les notions de surface et périmètre et leurs relations.

S'initier à la notion de pavage et de translation et rotation par la manipulation.

Notions abordées : pavage, polygones, surface, périmètre.

Matériel nécessaire : Puzzle nid d'abeille.



Matériel additionnel utile : Ruche ou nid d'abeille/guêpe.

Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : On aborde quelques généralités sur les abeilles et autres insectes qui font des nids insectes. Insectes = 3 paires de pattes et deux paires d'ailes le plus souvent. Les abeilles et d'autres insectes font des nids. Ceux-ci ont des cellules hexagonales ou alvéoles.

Question : qu'est-ce qui est stocké dans les alvéoles ? Principalement miel (> 80%), mais aussi gelée royale, œufs.

Question : pourquoi les abeilles stockent du miel ? C'est le stock pour l'hiver.

Question : Que font les abeilles l'hiver ? Elles hivernent : se regroupent à l'intérieur de la ruche en grappe d'hivernage, et battent des ailes pour se réchauffer. Pour cela elles ont besoin d'énergie donc de nourriture = miel.

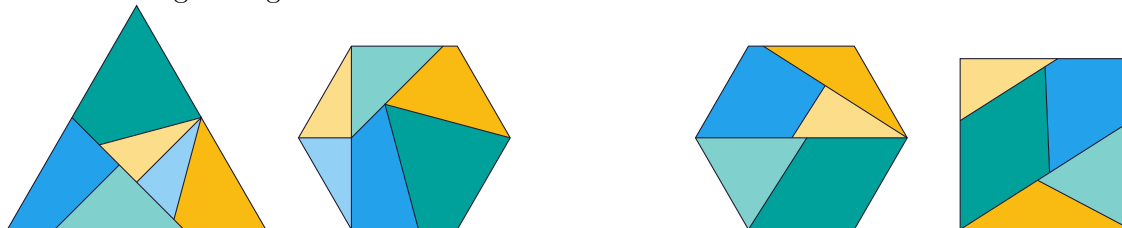
Avoir stocké beaucoup de miel est donc important. Dans la nature, en moyenne, environ la moitié des nouveaux essaims ne passent pas le premier hiver. Faute de miel, ils meurent de faim et de froid.

Faire des alvéoles hexagonales permet de minimiser la quantité de parois à bâtir (et donc d'énergie consacrée) pour une contenance donnée. Cela permet donc aux insectes de minimiser le temps et les efforts de construction afin de s'adonner à d'autres tâches, notamment

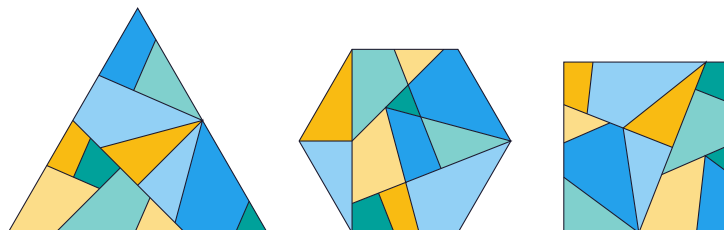
la recherche et l'accumulation de nourriture pour passer l'hiver. Le fait que les hexagones permettent de minimiser la quantité de parois est connu en mathématique sous le nom de théorème du nid d'abeilles. Celui-ci affirme que de toutes les formes qui permettent de paver le plan, celle qui a le plus petit périmètre pour une surface donnée est l'hexagone.

L'idée de cette activité consiste à comprendre ce théorème dans le cas particulier des polygones réguliers. C'est l'occasion de réviser les noms des polygones : triangle, quadrilatère, pentagones, hexagones, ... Puis des polygones réguliers (côté de même longueur et angles égaux) ; triangle équilatéral, carrée, hexagones réguliers, ... On dit alors que les seuls polygones réguliers avec lesquels on peut paver le plan sont les triangles équilatéraux, les carrés et les hexagones. Il est facile de voir qu'on ne peut pas le faire avec les autres. En effet, il faut que la valeur des angles divise 360° . Les angles d'un pentagone régulier sont de 102° qui ne divise pas 360° . Les polygones réguliers à plus de 7 côtés ont des angles dont la valeur est strictement supérieure à 120° et strictement inférieure à 180° et donc ne divise pas 360° .

On dispose d'un puzzle sur lequel sont dessinés un triangle équilatéral, un carré et un hexagone régulier. Ceux-ci représentent les formes possibles de cellules du nid. Leur surface correspond donc à la quantité de miel qu'une abeille peut mettre dans une cellule. Dans la version habituelle, le puzzle dispose de deux jeux de pièces ; un premier qui permet de former (= paver) le triangle équilatéral et l'hexagone régulier, et un deuxième qui permet de former le carré et l'hexagone régulier. Voir dessins ci-dessous.



Dans une autre version plus complexe, dessinée ci-contre, le puzzle dispose d'un seul jeu de pièces qui permet de former (= paver) le triangle équilatéral, le carré, et l'hexagone régulier.



On montre ainsi que le triangle équilatéral et le carré ont tous deux la même surface que l'hexagone régulier. Autrement dit, on peut mettre autant de miel dans chacune des trois cellules.

Le périmètre de chaque cellule correspond à la longueur de mur en cire que l'abeille va devoir faire. Plus le périmètre est petit, moins il sera coûteux de construire la cellule.

Les visiteurs sont invités à émettre des hypothèses sur les périmètres des trois figures. Sont-ils tous égaux ? Y'en-a-t-il un plus petit que les autres ? Si oui lequel ?

Il est important de rappeler qu'émettre des hypothèses est essentiel en sciences. Et qu'il est important d'en faire même si elles s'avèrent fausses par la suite. La démarche scientifique consiste ensuite à tester les hypothèses et à écarter les fausses. Faire une hypothèse fausse

n'est pas une erreur, bien au contraire. Les scientifiques font cela en permanence (99% du temps). L'erreur consisterait en revanche à ne pas écarter une hypothèse qui est invalidée par l'expérience. C'est pour cela qu'on ne parle pas des hypothèses qui se sont avérées fausses.

A l'aide de cordelettes, les visiteurs peuvent ensuite mesurer les périmètres des trois figures et confronter leurs hypothèses au résultat. Ils constatent que l'hexagone a le plus petit périmètre. Ils peuvent ensuite construire les puzzles évoqués ci-dessus pour bien vérifier que les formes ont toute la même surface.

On peut terminer en disant que si les abeilles "utilisent" ce théorème depuis 100 millions d'années. Pour les polygones réguliers, c'est connu depuis 2500 ans, mais il n'a été prouvé qu'en 1943 par F. Toth pour les polygones quelconques, et qu'en 1999 par T. C. Hales pour la version générale pour des pièces avec des formes aux côtés courbes.