Fiche pédagogique

Activité : Mesurer et calculer en binaire

Objectifs pédagogiques : Apprendre à passer de décimal en binaire. Comprendre le calcul en binaire.

Notions abordées : Binaire, passage décimal binaire, calcul binaire, ordre décroissant, algorithme.

Matériel nécessaire : Jeux de bâtonnets de tailles puissance de 2. Un jeu de frites binaires.

Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : On donne aux participants un jeu de bâtonnets de longueur puissance de 2 (1,2, 4, 8, 16, 32 cm). Leur mission est de mesurer une tige de longueur quelconque. Leur mission est de mettre bout à bout les bâtonnets pour en faire un baton de même longueur que la tige.

On fait le jeu avec plusieurs tiges, puis on leur demande quelle méthode ils utilisent. L'idée est de leur faire émerger l'algorithme simple suivant.

- Prendre les bâtonnets les uns après les autres dans l'ordre décroissant.
- Pour chaque bâtonnet, le poser (le plus à gauche) le long de la tige avec les autres bâtonnets s'il y a assez de place pour qu'il ne dépasse pas de la tige (à droite). Sinon le mettre de côté.

Une fois que ceci est fait on peut expliquer visuellement l'algorithme qui permet d'écrire un nombre (décimal) en binaire, en montrant les nombres écrits sur les bâtonnets (qui correspondent à leur longueur) et sur une tige où figure également sa longueur. Formellement, pour écrire un nombre entier n (entre 0 et 63) en binaire, l'algorithme est le suivant.

- Initialiser de r à n. *(Intuitivement, r correspond au "reste" du nombre à combler, au début tout le nombre)*
- Prendre les puissances de 2 dans l'ordre décroissant (32, 16, 8, 4, 2, 1). Pour chacune d'entre elles, noté p, faire la chose suivante :
  - Si $r \geq p$, alors écrire 1 (à droite de ce qui à déjà été écrit) et remplacer r par $r - p$. Sinon écrire 0 et laisser r inchangé.

Par exemple, pour le nombre 27, l'algorithme fonctionne comme suit.

Au début, $r = 27$.
On prend d'abord $p = 32$. Comme $27 < 32$, on écrit 0 et on laisse r à 27.
On prend ensuite $p = 16$. Comme $27 \geq 16$, on écrit 1 et r devient $27 - 16 = 11$.
On prend ensuite $p = 8$. Comme $11 \geq 8$, on écrit 1 et r devient $11 - 8 = 3$.
On prend ensuite $p = 4$. Comme $3 < 4$, on écrit 0 et on laisse r à 3.
On prend ensuite $p = 2$. Comme $3 \geq 2$, on écrit 1 et r devient $3 - 2 = 1$.
On prend ensuite $p = 1$. Comme $1 \geq 1$, on écrit 1 et r devient $1 - 1 = 0$.

On a donc écrit écrit donc 011011 qui est l'écriture en binaire de 27.

En expliquant l'algorithme, on fait la mesure avec les bâtonnets et la tige de 27 cm. On essaye le bâtonnet 32, et on voit qu'il est plus grand que la tige, on ne le sélectionne pas et on écrit 0. On essaie ensuite le bâtonnet 16, qui est plus petit que la tige. On le pose donc le long de la tige, on écrit 1. Il reste alors une longueur de tige de $27 - 16 = 11$ à couvrir, et ainsi de suite.

On prend ensuite différentes tiges et objets, dont on mesure la taille. On écrit ensuite la taille en binaire, d'abord à l'aide des bâtonnets, puis en appliquant l'algorithme de manière symbolique sans l'aide des bâtons. Des frites de piscine rigidifiées de taille puissance de 2 (1,2,4,8,16,32, 64, 128 cm) permettent de le faire avec des nombres plus grands, la taille des élèves (en cm) par exemple.

Dans un deuxième temps, on montre les algorithmes d'addition et de multiplication en binaire (on peut aussi faire soustraction et division). Ce sont les analogues de ceux appris en primaire pour les décimaux avec la différence que les retenues se font à 2 et pas à 10. Il est intéressant de faire remarquer qu'il n'y a que deux tables de multiplications en binaire (celles de 0 et 1) et qu'elles sont très simples. Les ordinateurs sont chanceux, ils ne doivent pas apprendre la table de 7. Les additions peuvent se faire à l'aide des bâtonnets.

La première partie de cette activité peut se voir comme l'inverse de Devin binaire. En effet, pour faire le tour de magie Devin binaire, il n'est nécessaire que de savoir passer du binaire au décimal. Ici on apprend à faire l'inverse. Le tour du Grand Majus est une évolution du Devin binaire qui nécessite de savoir faire les deux.