



Fiche pédagogique

Activité : Couplage logique

Objectifs pédagogiques : Travailler la modélisation, la déduction logique. Comprendre comment certaines règles de déductions peuvent être automatisées.

Notions abordées : Graphe biparti, couplage, implication (si ... alors), négation.

Matériel nécessaire : Cartes imprimées spéciales pour chaque problème.

Niveau : À partir du cycle 3.

Déroulement : Le but de l'activité est de faire réfléchir les participants à un problème de logique, de les faire réfléchir à comment trouver une manière automatique de résoudre ce genre de problèmes.

Prenons par exemple le problème suivant.

L'animal-cross est un sport dans lequel chacun concourt avec son animal favori. Cinq concurrents sont qualifiés pour la finale du championnat du monde, un aborigène, une chinoise, une inuit, un péruvien, et un touareg qui sont venus chacun avec leur animal, à savoir un kangourou, un panda, un ours blanc, un lama et un dromadaire respectivement. La deuxième épreuve de la finale est une course avec un animal tiré au hasard. Saurez-vous retrouver avec quel animal chaque concurrent a couru cette épreuve à partir des informations suivantes ?

- (i) *L'aborigène n'a pas couru avec le kangourou avec lequel il est venu.*
- (ii) *La chinoise et le touareg sont contents de n'avoir pas tiré l'ours blanc.*
- (iii) *L'inuit, le touareg, et la chinoise sont déçus de ne pas être avec le panda.*
- (iv) *La personne qui court avec le lama apprécie l'inuit, le péruvien et la chinoise, mais se méfie de son adversaire qui court avec le kangourou.*

On commence par répartir dix personnes (ou groupes de personnes) de chaque côté d'une table. D'un côté, cinq personnes représenteront les cinq concurrents (aborigène, chinoise, inuit, péruvien, touareg) et les cinq autres représenteront les cinq animaux (kangourou, panda, ours, lama, dromadaire). Chaque personne porte un badge autour du cou avec l'image de la personne ou de l'animal qu'elle représente. De plus, elle a devant elle les cinq cartes de la catégorie opposée : les personnes représentant les concurrents ont devant elles les cinq cartes animaux, et les personnes représentant les animaux ont devant elles les cinq cartes concurrents, face visible. On se trouve donc dans la situation décrite Figure-1.

Phase libre : L'objectif de cette première phase est de faire travailler les personnes sur le raisonnement logique en le concurrent et l'explicitant. Pour ce faire, les personnes doivent librement essayer de trouver la solution au problème en discutant entre eux. Pour cela, chaque personne doit laisser une seule carte face visible devant elle, celle correspondant à l'animal ou au concurrent auquel son personnage est associé dans la solution. Elle doit donc retourner face cachée



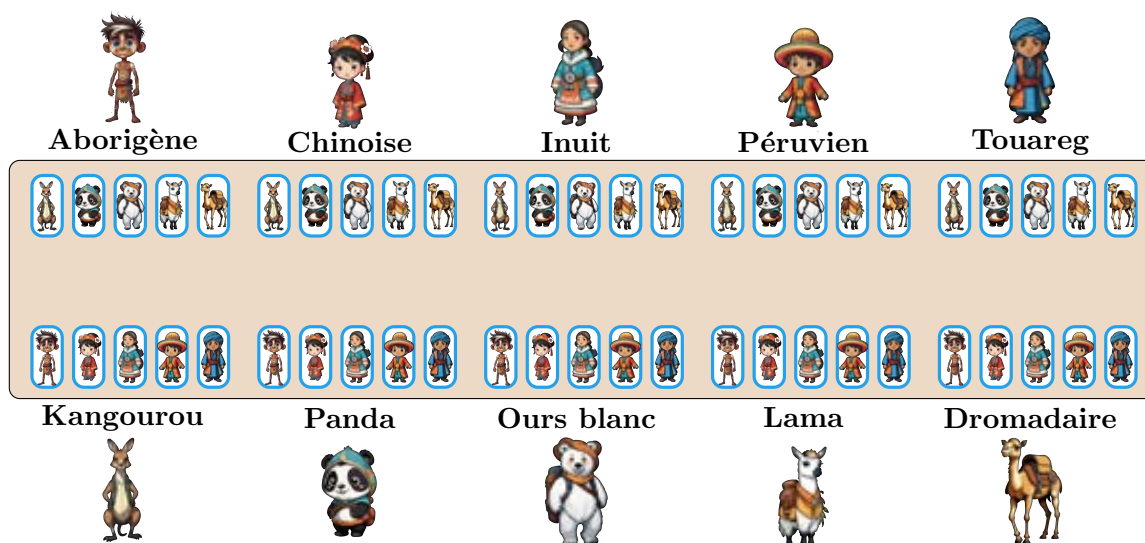


FIGURE 1 – Situation au départ.

les autres cartes. Ainsi à la fin, on doit se retrouver dans la situation décrite Figure 2, qui correspond à l'unique solution, où l'aborigène court avec le lama, la chinoise avec le dromadaire, l'inuit avec l'ours blanc, le péruvien avec le panda, et le touareg avec le kangourou.

Lors de cette phase libre, le but est de forcer les participants à expliciter leurs choix : pourquoi mettent-ils certaines cartes face cachée et au final n'en ont plus qu'une face visible devant eux ? Idéalement, on essaiera de leur faire énoncer les règles de la phase automatique, ou des règles proches.

Phase automatique : Cette phase a pour but d'exemplifier comment certains raisonnements peuvent être automatisés. On commence donc par clairement expliquer aux participants qu'ils ont interdiction de faire des déductions logiques par eux-mêmes et qu'ils ne peuvent qu'appliquer les règles de déductions qui leur sont proposées. La résolution se fait en deux étapes distinctes (qui pourraient être mélangées, mais ne le sont pas).

La première de ces deux étapes est la **traduction des informations** données qui permettent de mettre un certain nombre de cartes face cachée.

- Dans notre exemple, l'information (i) nous dit que l'aborigène n'est pas avec le kangourou. L'aborigène peut donc retourner sa carte kangourou et le kangourou peut retourner sa carte aborigène.
- L'information (ii) nous dit que ni la chinoise ni le touareg ne sont avec l'ours blanc. Donc la chinoise et le touareg retournent leur carte ours blanc et l'ours blanc retourne ses cartes chinoise et touareg.
- L'information (iii) nous dit que l'inuit, le touareg, et la chinoise ne sont pas avec le panda. Donc l'inuit, le touareg et la chinoise retournent leur carte panda, et le panda retourne ses cartes inuit, touareg et chinoise.
- L'information (iv) nous dit que l'inuit, le péruvien et la chinoise, ne sont ni avec le lama ni avec le kangourou. Donc l'inuit, le péruvien et la chinoise, retournent leurs cartes lama et kangourou, et le lama et le kangourou retournent leurs cartes inuit, péruvien et chinoise.

On se retrouve ainsi dans la situation décrite Figure 3.

La seconde étape est la **déduction logique automatique**. Celle-ci ne se fait pas en

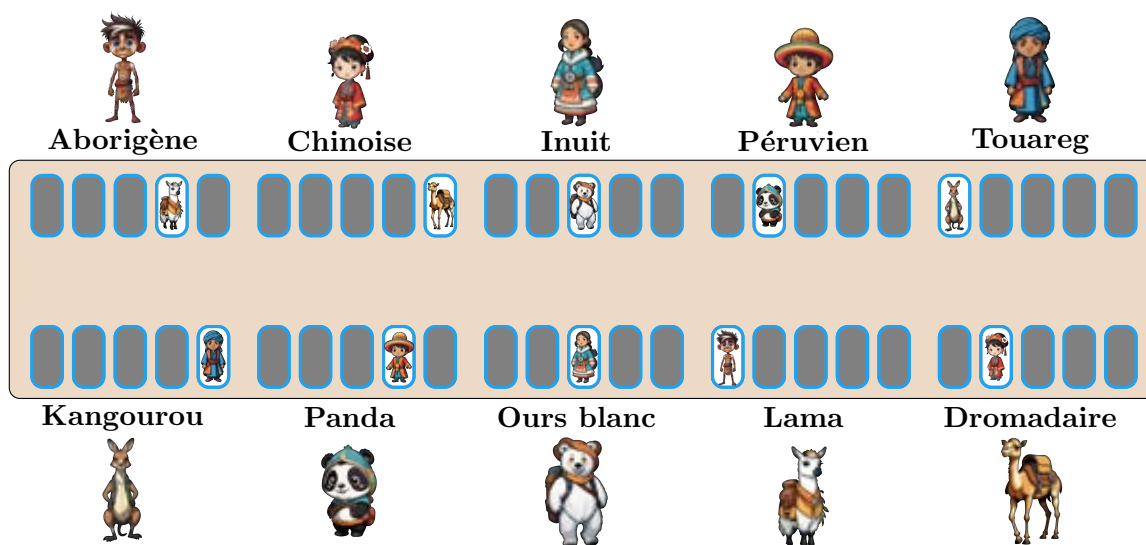


FIGURE 2 – Situation à la fin.

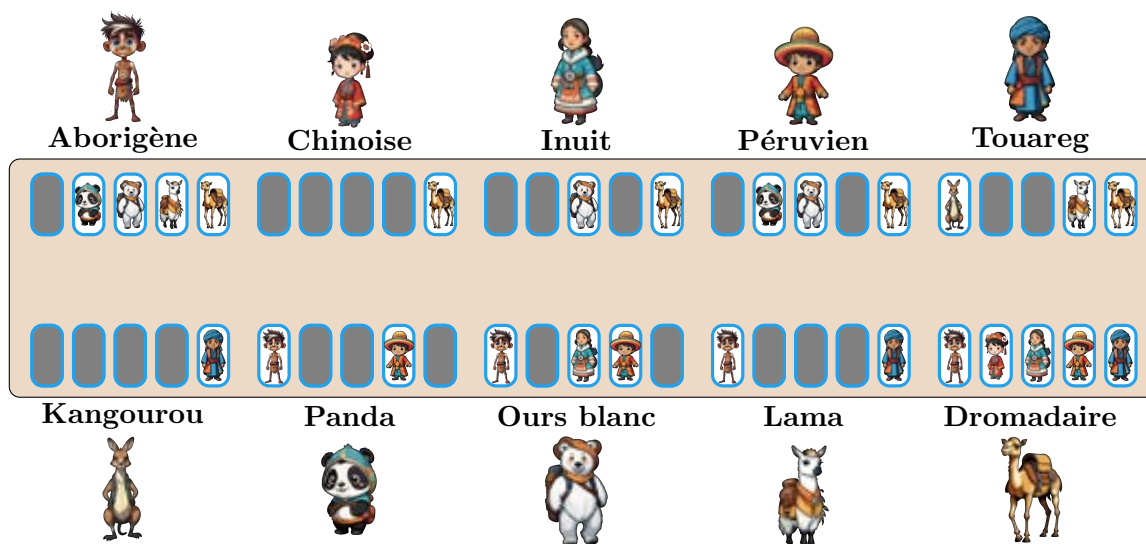


FIGURE 3 – Situation après la traduction des informations.

réfléchissant, mais en appliquant scrupuleusement la **règle** suivante.

Si vous n'avez plus qu'une carte devant vous,

1. Avertissez le personnage de cette carte que vous êtes couplé avec lui.
2. Celui-ci doit alors retourner toutes ses cartes encore visibles, mis à part la vôtre.
À chaque fois qu'il retourne une carte, il prévient le personnage de cette carte pour qu'il retourne sa carte.

Dans notre exemple, après la traduction (voir Figure 3), le kangourou a une seule carte devant lui, à savoir le touareg, il avertit donc le touareg qu'ils sont couplés. Le touareg doit donc retourner ses cartes visibles autres que la carte kangourou, c'est-à-dire les cartes lama et dromadaire. En le faisant, il prévient le lama et le dromadaire pour qu'ils retournent tous deux leur carte touareg. On se retrouve alors dans la situation décrite Figure 4.

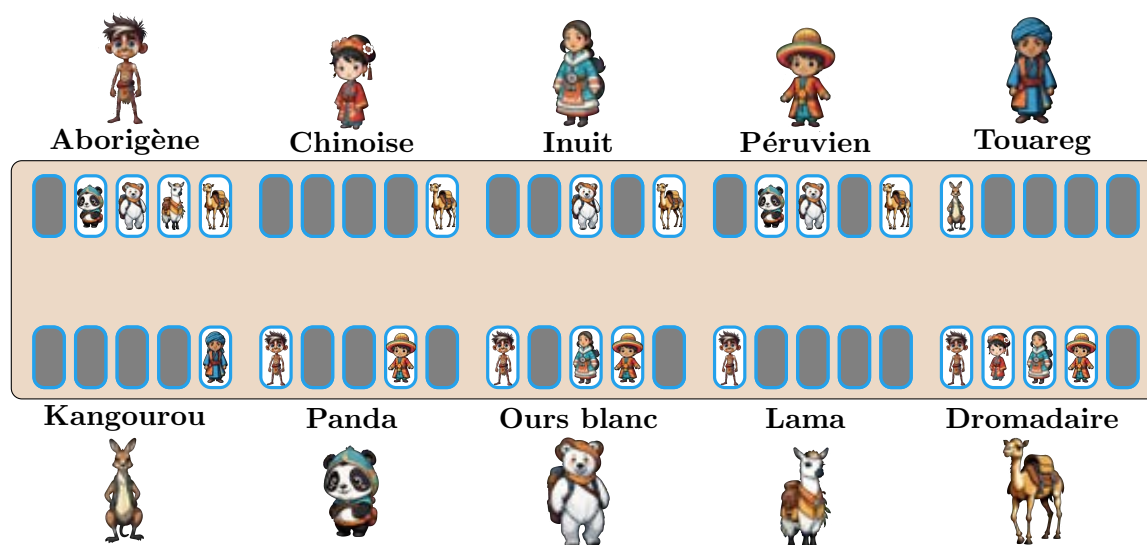


FIGURE 4 – Situation après l'application de la règle au kangourou.

On peut poursuivre la résolution en appliquant la règle à la chinoise, puis au lama, puis au panda pour obtenir la situation finale (voir Figure 2) qui nous donne la solution.

Retour en individuel : Une fois cette activité collective effectuée, on peut aisément revenir à un travail classique sur feuille où chacun résout individuellement les problèmes logiques de ce style. Il est communément proposé de les résoudre à l'aide d'un tableau ou logigramme. Si cela est tout à fait correct, il nous semble plus approprié de la faire à l'aide de la représentation sous forme de graphe biparti, qui est sous-jacente à l'activité proposée ci-dessus. On peut en effet représenter le problème grâce au graphe biparti Figure 5(a) avec d'un côté les personnages de l'autre les animaux et toutes les liaisons (arêtes) possibles entre les deux groupes. En utilisant les indices et la déduction, on transforme progressivement les liaisons soit en pointillé pour dire que cette liaison n'est pas dans la solution, soit bleu gras pour dire qu'elle fait partie de la solution. Par exemple, en interprétant les informations du problème comme ci-dessus, on passe certaines liaisons en pointillé pour obtenir le graphe biparti Figure 5(b). En poursuivant les déductions, on arrive au graphe biparti final Figure 5(c) dont la solution est indiquée par les liaisons en gras bleu.

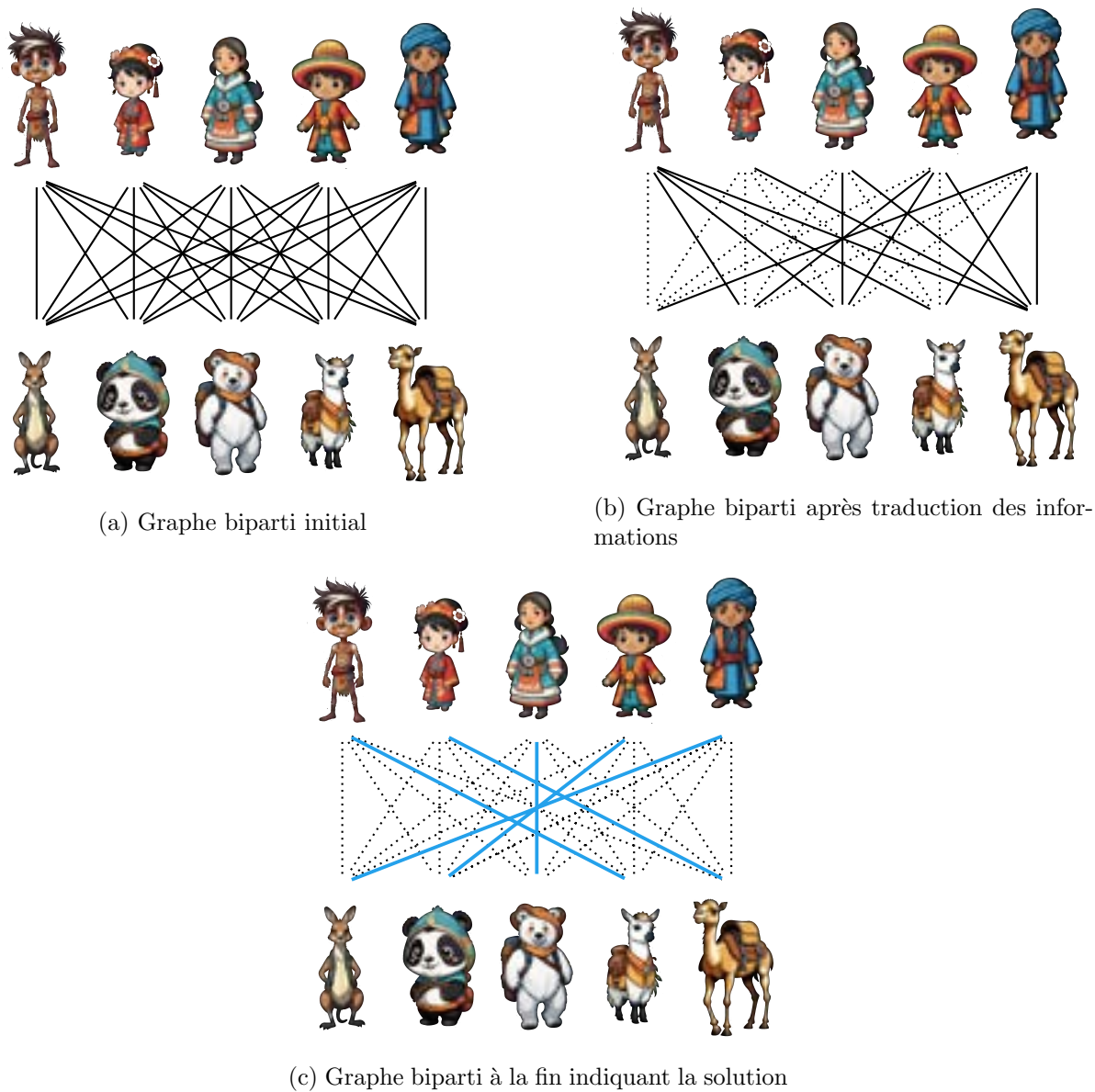


FIGURE 5 – Évolution du graphe biparti au cours de la résolution du problème.

Cette représentation nous semble beaucoup plus appropriée pour des problèmes de petite taille comme ceux qui sont posés aux élèves d'élémentaire, car elle est moins complexe et plus visuelle.

Plus de détails sur la résolution de ce type de problèmes logiques dans le chapitre 3 (Couplage dans les graphes) du manuel Galejade. D'autres problèmes logiques pour cette activité y sont aussi décrits.