

Fiche pédagogique

Activité : Jeu de la tour butée.

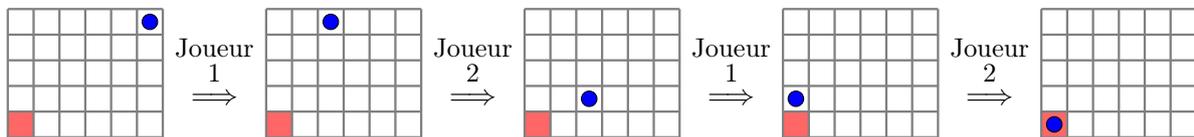
Objectifs pédagogiques : Introduction aux stratégies gagnantes.

Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, diagonale, coordonnées cartésiennes, quelque soit / il existe.

Matériel nécessaire : Une grille (un échiquier par exemple) sur laquelle déplacer des jetons (une tour par exemple).

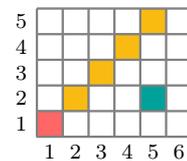
Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu suivant. On dispose d'une grille, dont la case en bas à gauche est rouge. Au début la tour butée (le jeton) est placée sur une case, dans le cas le plus classique sur la case la plus en haut à droite. Chacun son tour, les joueurs déplacent la tour butée d'autant de cases qu'ils le veulent vers la gauche ou d'autant de cases qu'ils le veulent vers le bas. En aucun cas la tour ne peut rester sur place ni se déplacer vers le haut ou vers la droite. Le joueur qui ne peut plus bouger a perdu. Autrement dit, le joueur qui amène la tour sur la case rouge a gagné. Ci-dessous un exemple de déroulé de partie où le Joueur 2 a gagné.



Le but est d'inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

Dans ce jeu, les positions perdantes sont les cases qui sont dans la diagonale issue de la case rouge, à savoir la case rouge et les cases jaunes dans la figure ci-contre. On peut introduire les coordonnées cartésiennes et les utiliser pour caractériser la diagonale. En coordonnées cartésiennes, chaque case est représentée par un couple (a, b) où a , appelé *abscisse*, est le nombre de cases entre le bord gauche de la grille et la case en question, et b appelé *ordonnée*, est le nombre de cases entre le bord bas de la grille et la case en question. L'abscisse et l'ordonnée sont les deux *coordonnées* de la case. Par exemple, la case rouge est la case $(1, 1)$, et la case verte est la case $(5, 2)$. Les cases de la diagonale sont celles dont l'abscisse est égale à l'ordonnée, c'est-à-dire les cases de la forme (a, a) .



La stratégie gagnante est donc la suivante. Au départ, si le pion se trouve sur la diagonale alors on laisse l'adversaire commencer. Sinon on commence. Ensuite, la stratégie consiste alors à toujours amener le pion sur une case de la diagonale pour laisser l'adversaire dans une position perdante.

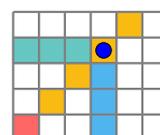
Un des buts est bien sur de leur faire trouver la stratégie, mais aussi d'inciter sur le fait qu'il faut démontrer que cette stratégie est bien gagnante.

Comme toujours pour ce type de jeux, la démonstration tient en deux points :

1. Montrer que d'une position perdante tous les déplacements mènent à une position gagnante.
2. Montrer que d'une position gagnante il existe un déplacement vers une position perdante.

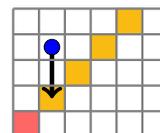
Pour montrer le premier point, il suffit de constater que si le jeton est sur la diagonale, alors en se déplaçant vers la gauche ou vers le bas, il est forcé de sortir de la diagonale. En effet, avec un tel mouvement il diminue une de ses coordonnées (son abscisse en allant vers la gauche et son ordonnée en allant vers le bas) et conserve l'autre. Comme ses coordonnées sont égales au départ (le pion est sur la diagonale), alors elles ne le sont plus après le mouvement (le pion n'est plus sur la diagonale).

Par exemple, si le pion est sur la case $(4, 4)$ comme sur la figure ci-contre, en allant vers la gauche il ne peut aller que sur une des cases $(3, 4)$, $(2, 4)$ et $(1, 4)$ (en vert sur la figure) et en allant vers le bas il ne peut aller que sur les cases $(4, 3)$, $(4, 2)$ et $(4, 1)$ (en bleu sur la figure). Toutes ces cases sont hors de la diagonale.

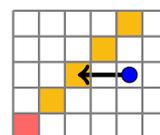


Pour montrer le second point, il suffit de constater que si le jeton n'est pas sur la diagonale, alors on peut le déplacer dessus. En effet, si le pion n'est pas sur la diagonale, il est soit au-dessus, soit en dessous de celle-ci.

Si le pion est au-dessus de la diagonale, c'est-à-dire en une case (a, b) où l'ordonnée est plus grande que l'abscisse ($b > a$) et alors on peut déplacer le pion vers le bas sur la case (a, a) qui est sur la diagonale.



Si le pion est en-dessous de la diagonale, c'est-à-dire en une case (a, b) où l'ordonnée est plus petite que l'abscisse ($a > b$) et alors on peut déplacer le pion vers le bas sur la case (b, b) qui est sur la diagonale.



Remarque : Cette activité est la même que le *Jeu de la tablette de chocolat*, mais présentée sous une autre forme. Il est intéressant de les présenter sous ces deux formes pour montrer que deux jeux à première vue différents sont essentiellement les mêmes.