

## Fiche pédagogique

### Activité : Jeu du roi buté.

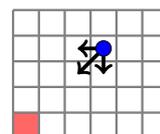
**Objectifs pédagogiques :** S'initier aux stratégies gagnantes au travers d'un jeu et ainsi aux algorithmes et à la preuve. Utilisation des coordonnées cartésiennes.

**Notions abordées :** Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, diagonale, coordonnées cartésiennes, quelque soit / il existe, parité.

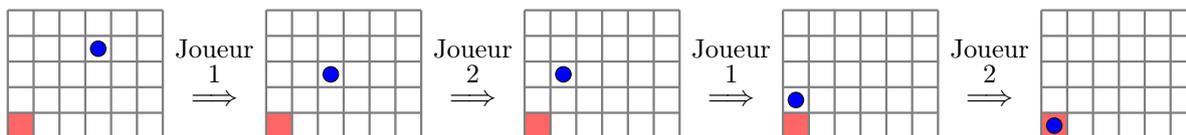
**Matériel nécessaire :** Une grille (un échiquier par exemple) sur laquelle déplacer des jetons (un roi par exemple).

**Niveau :** A partir du cycle 3.

**Déroulement :** Faire jouer les élèves au jeu suivant. On dispose d'une grille, dont la case en bas à gauche est rouge. Au début le roi buté (le jeton) est placé sur une case, dans le cas le plus classique sur la case la plus en haut à droite. Chacun son tour, les joueurs déplacent le roi buté d'une case, vers la gauche, vers le bas, ou en diagonale en bas à gauche. En aucun cas le roi ne peut rester sur place. Il doit impérativement faire un des trois déplacements. Le joueur qui ne peut plus bouger a perdu. Autrement dit, le joueur qui amène le roi sur la case rouge a gagné.

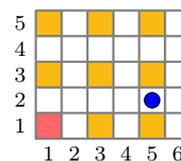


Ci-dessous un exemple de déroulé de partie où le Joueur 2 a gagné.



Le but est d'inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

Dans ce jeu, les positions perdantes sont les cases colorées (la case rouge et les cases jaunes) dans la figure ci-contre. Il est pratique d'utiliser les coordonnées cartésiennes pour caractériser ces cases. En coordonnées cartésiennes, chaque case est représentée par un couple  $(a, b)$  où  $a$ , appelé *abscisse*, est le nombre de cases entre le bord gauche de la grille et la case en question, et  $b$  appelé *ordonnée*, est le nombre de cases entre le bord bas de la grille et la case en question. L'abscisse et l'ordonnée sont les deux *coordonnées* de la case. Par exemple, la case rouge est la case  $(1, 1)$ , et la case où se trouve le jeton est la case  $(5, 2)$ . Les cases colorées qui sont les positions perdantes sont les cases dont les coordonnées sont toutes les deux impaires.



La stratégie gagnante est donc la suivante. Au départ, si le jeton se trouve sur une case perdante (dont les deux coordonnées sont impaires), alors on laisse l'adversaire commencer. Sinon on commence. Ensuite, la stratégie consiste alors à toujours amener le jeton sur une case dont les deux coordonnées sont impaires pour laisser l'adversaire dans une position perdante.

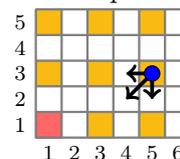
Un des buts est bien sur de leur faire trouver la stratégie, mais aussi d'inciter sur le fait qu'il faut démontrer que cette stratégie est bien gagnante.

Comme toujours pour ce type de jeux, la démonstration tient en deux points :

1. Montrer que d'une position perdante tous les déplacements mènent à une position gagnante.
2. Montrer que d'une position gagnante il existe un déplacement vers une position perdante.

Pour montrer le premier point, il suffit de constater que si le jeton est sur une case perdante (dont les deux coordonnées sont impaires), alors en se déplaçant il va forcément se retrouver sur une case gagnante. C'est en effet, car avec les trois déplacements autorisés, au moins une des deux coordonnées diminue de 1 exactement. Si elle était impaire elle devient donc paire.

Par exemple, si le jeton est sur la case  $(5, 3)$  comme sur la figure ci-contre, alors il ne peut aller que sur une des cases  $(4, 3)$ ,  $(4, 2)$  et  $(5, 2)$ . Toutes ces cases sont gagnantes (non colorées).



Pour le second point, il faut montrer que si le jeton est sur une case gagnante, c'est-à-dire dont au moins une coordonnée est paire, alors un des trois déplacements permet d'amener le jeton sur une case dont les deux coordonnées sont impaires. Soit  $(a, b)$  la case où est le jeton. On est forcément dans un des trois cas suivants.

1)  $a$  est pair et  $b$  est impair, alors en déplaçant le jeton d'une case sur la gauche, on arrive sur la case  $(a - 1, b)$  dont les deux coordonnées sont impaires. (Jeton bleu sur la figure ci-contre.)

2) Si  $a$  est impair et  $b$  est pair, alors en déplaçant le jeton d'une case vers le bas, on arrive sur la case  $(a, b - 1)$  dont les deux coordonnées sont impaires. (Jeton rouge sur la figure ci-contre.)

3) Si  $a$  est pair et  $b$  est pair, alors en déplaçant le jeton en diagonale en bas à gauche case, on arrive sur la case  $(a - 1, b - 1)$  dont les deux coordonnées sont impaires. (Jeton vert sur la figure ci-dessus.)

