

Fiche pédagogique

Activité : Jeu "L'abeille et le miel".

Objectifs pédagogiques : S'initier aux stratégies gagnantes au travers d'un jeu et ainsi qu'aux algorithmes et à la preuve.

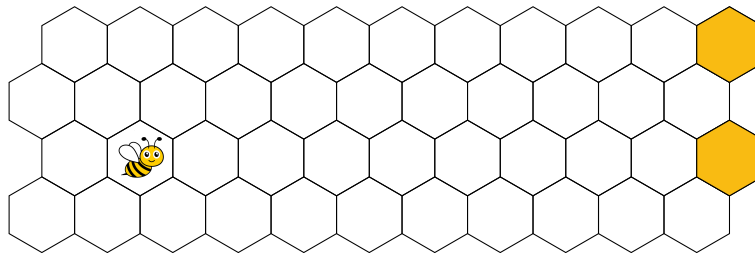
Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, quel que soit / il existe, multiple.

Matériel nécessaire : Grilles hexagonales sur laquelle déplacer des pions. Des pions.

Niveau : A partir du cycle 3.

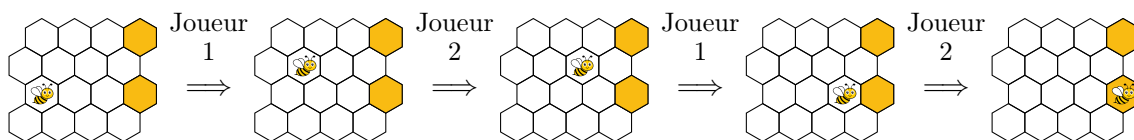
Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu suivant.

un rayon de ruche, c'est-à-dire une grille hexagonale de k lignes et de longueur ℓ . Les cellules les plus à droite contiennent du miel, et une abeille est située sur une des cellules. Par exemple, le rayon ci-dessous pour $k = 4$ $\ell = 10$.



A tour de rôle, chaque joueur déplace l'abeille de la cellule où elle se trouve vers une des cellules voisines vers la droite, que ce soit horizontalement ou en diagonale. Le joueur qui pose l'abeille sur une cellule où il y a du miel a gagné.

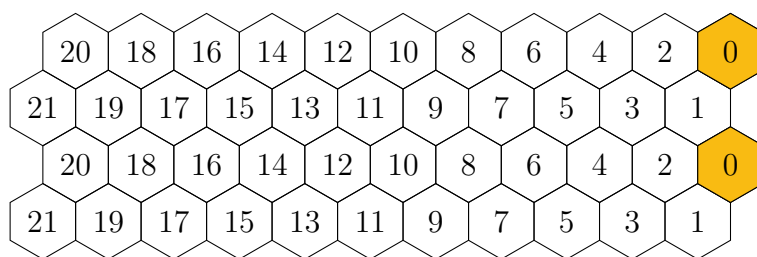
Ci-dessous un exemple de déroulé de partie où le Joueur 2 a gagné.



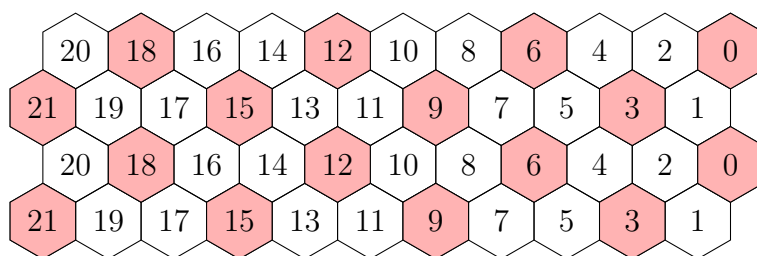
Le but est d'inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

Dans ce jeu, l'abeille se déplace toujours vers la droite. Elle change alors de *semi-colonne*, où une semi-colonne est l'ensemble des cellules qui sont à la verticale les unes des autres. Notons qu'une semi-colonne contient soit une cellule par ligne paire, soit une cellule par ligne impaire.

On peut numéroter les semi-colonnes de la gauche vers la droite en numérotant la semi-colonne la plus à droite, celle des cellules contenant le miel par 0. On obtient la numérotation ci-dessous.



On peut alors remarquer qu'un déplacement fait bouger l'abeille vers une semi-colonne de numéro inférieur de 1 ou 2 au numéro de la semi-colonne où elle se trouve. En raisonnant uniquement sur le numéro des semi-colonnes, on se retrouve alors avec le Jeu des bâtonnets où il faut enlever 1 ou 2 bâtonnets. Les cellules perdantes sont donc les cellules dont le numéro de semi-colonne est un multiple de 3, dessinées en rouge ci-dessous.



La stratégie gagnante est la suivante. Au départ, si l'abeille se trouve sur une cellule perdante (dont le numéro de semi-colonne est multiple de 3), alors on laisse l'adversaire commencer. Sinon on commence. Ensuite, la stratégie consiste alors à toujours amener l'abeille sur une cellule perdante.

Un des buts est bien sûr de leur faire trouver la stratégie, mais aussi d'inciter sur le fait qu'il faut démontrer que cette stratégie est bien gagnante.

Comme toujours pour ce type de jeu, la démonstration tient en deux points :

1. Montrer que d'une cellule perdante tous les déplacements mènent à une cellule gagnante.
2. Montrer que d'une cellule gagnante il existe un déplacement vers une cellule perdante.

Pour montrer le premier point, il suffit de constater que si l'abeille est sur une cellule perdante (dont le numéro de semi-colonne est multiple de 3), alors en se déplaçant elle va forcément se retrouver sur une cellule gagnante. En effet, avec les trois déplacements autorisés, le numéro de semi-colonne diminue de 1 en cas de déplacement en diagonal, ou de 2 en cas de déplacement horizontal. Dans les deux cas, le numéro de semi-colonne n'est alors plus multiple de 3.

Pour le second point, il faut montrer que si l'abeille est sur une cellule gagnante, c'est-à-dire dont le numéro de semi-colonne n'est pas multiple de 3, alors un des trois déplacements permet d'amener l'abeille sur une cellule perdante. On est forcément dans un des deux cas suivants.

- Si l'abeille est sur semi-colonne dont le numéro est un multiple de 3 plus 1, alors, en se déplaçant d'une cellule en diagonale (en haut à droite, ou en bas à droite), le numéro de sa semi-colonne diminue de 1.
- Si l'abeille est sur semi-colonne dont le numéro est un multiple de 3 plus 2, alors, en se déplaçant d'une cellule à droite, le numéro de sa semi-colonne diminue de 2.

Dans les deux cas, l'abeille se retrouve sur une semi-colonne de numéro multiple de 3, donc sur une cellule perdante.

Mise en place progressive : Comme très souvent, afin de faire découvrir la stratégie, il peut être intéressant de présenter d'abord des versions simples de ce jeu c'est à dire avec peu de lignes. On peut commencer avec deux lignes, puis trois lignes, puis avec un nombre plus conséquent de lignes, par exemple 7. Les fichiers correspondant au plateau avec ces nombres de lignes sont téléchargeables depuis le portail des ressources de Terra Numerica.