



Fiche pédagogique

Activité : Devin binaire 2

Objectifs pédagogiques : Donner un exemple de codage en binaire.

Notions abordées : Codage binaire, graphe de décalage, cycle hamiltonien.

Matériel nécessaire : Jeu de 32 cartes (XXL si possible).

Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : Le mathémagicien prend un jeu de cartes et les classe suivant l'ordre $A\heartsuit-A\clubsuit-A\spadesuit-7\diamondsuit-9\heartsuit-D\heartsuit-10\clubsuit-A\diamondsuit-7\clubsuit-8\diamondsuit-V\clubsuit-8\spadesuit-V\diamondsuit-9\clubsuit-D\spadesuit-V\spadesuit-9\spadesuit-R\spadesuit-R\diamondsuit-R\heartsuit-D\clubsuit-10\spadesuit-7\spadesuit-9\diamondsuit-R\clubsuit-D\diamondsuit-V\heartsuit-8\clubsuit-10\diamondsuit-7\heartsuit-8\heartsuit-10\heartsuit$. L'as de cœur est ainsi la carte la plus haute quand le paquet est posé face cachée dessus.

Il demande à une personne de couper le jeu. (On peut même demander à plusieurs personnes de couper si on veut.) Il distribue alors les cinq premières cartes à cinq personnes sans les voir. Chaque personne doit alors dire la couleur (rouge ou noire) de la carte. Le mathémagicien va alors deviner la dernière carte.

Pour ce faire, il utilise le fait qu'à chaque carte, a été associé un nombre en binaire à 5 bits comme suit :

- rouge = 0 et noir = 1.
- Les trois premiers bits représentent la valeur de la carte.
000=as ; 001=7 ; 010=8 ; 011=9 ; 100=10 ; 101=valet ; 110 =dame ; 111=roi.
- Les deux derniers bits représentent la couleur de la carte.
00= \heartsuit , 10= \diamondsuit , 01= \clubsuit et 11= \spadesuit . Ainsi le tout dernier bit nous dit si la carte est rouge ou noire.

Ainsi si le paquet n'a pas été coupé, les cinq cartes distribuées sont $A\heartsuit-A\clubsuit-A\spadesuit-7\diamondsuit-9\heartsuit$. Les cinq personnes nous disent donc rouge-noir-noir-rouge-rouge, ce qui correspond au code 01100. Les trois premiers bits 011 nous disent que c'est un 9 et les deux derniers 00 nous disent que c'est un \heartsuit . La dernière carte distribuée est bien le $9\heartsuit$.

Le mathémagicien recommence le tour plusieurs fois de suite. (Bien faire attention à remettre les cartes distribuées dans le bon ordre sur le dessus du paquet.)

Le mathémagicien explique ensuite le codage et fait faire le tour à l'audience : il tire les cartes sans les montrer à l'audience et leur demande de trouver laquelle c'est.

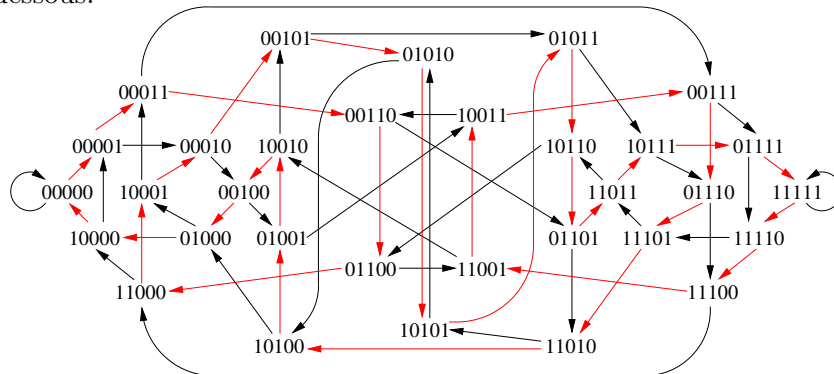
Pour faire le tour soi même l'audience n'a qu'à connaître le code et l'ordre dans lequel ranger ces cartes.

Pour que le tour marche, l'ordre doit vérifier les égalités suivantes quel que soit l'endroit où on a coupé :

5e bit de la 1e carte = 1e bit de la 5e carte.

5e bit de la 2e carte = 2e bit de la 5e carte.
 5e bit de la 3e carte = 3e bit de la 5e carte.
 5e bit de la 4e carte = 4e bit de la 5e carte.
 5e bit de la 5e carte = 5e bit de la 5e carte.

Il a été obtenu en trouvant un cycle hamiltonien (arcs rouges) dans le graphe de de Bruijn ci-dessous.



Remarque : Avec le codage donné ici, on peut demander aux élèves de fabriquer les cinq listes pour faire le tour de l'Activité *Devin Binaire 1*.