



Fiche pédagogique

Activité : Devin binaire 1

Objectifs pédagogiques : Découvrir l'écriture en binaire. Savoir transformer un nombre de binaire en décimal.

Notions abordées : Ecriture binaire des nombres, codage en binaire, passage de binaire à décimal, multiple, dichotomie, exponentielle.

Matériel nécessaire : kakemonos ou diaporama avec les ensembles.

Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : On commence faire un tour de magie aux élèves. On présente un ensemble d'éléments (nombres, drapeaux, mots, cartes, ...) de taille 2^k . Typiquement, on commence avec $k = 5$ ou $k = 6$, donc 32 ou 64 éléments. On demande à un (ou plusieurs élèves en parallèle) de choisir un élément dans l'ensemble, sans le dire évidemment. On présente alors consécutivement k sous-ensembles à l'élève qui doit à chaque fois répondre si le nombre est dans le sous-ensemble ou pas. A la fin, on devine le nombre.

En fait, les éléments de l'ensemble sont codés en binaire et le i ème sous-ensemble est celui des éléments qui ont un 1 comme i ème bit de leur code. Après avoir posé les questions, on dispose donc du code en binaire de l'élément.

Pour pratiquer le tour, il faut donc savoir passer de binaire en décimal. On apprend donc ensuite l'algorithme qui permet de le faire.

Faisons le tour avec le kakemono ci-contre. Il y 32 images, numérotées de 0 à 31 en partant du haut à gauche dans le sens de lecture. La bobine de fil est numérotée 0, le panier 1, la grenouille 2, etc jusqu'à la rose qui est numérotée 31.

Quand une personne a choisi une image on lui pose pour les 5 listes dans l'ordre si son image fait partie de la liste ou non. Si elle répond oui, on écrit 1, et si elle répond non, on écrit 0. Par exemple, si la personne a choisi la pomme qui est dans la deuxième, la quatrième et la cinquième liste, mais ni la première, ni la troisième, on écrit 0 1 0 1 1. C'est l'écriture en binaire de 11. L'image à deviner (la pomme est donc celle numérotée 11 comme expliquée ci-dessus).

Pour trouver que c'est l'image numéro 11, il faut donc savoir passer du binaire 0 1 0 1 1 au décimal 11. Cela est facile. Il suffit de savoir qu'en binaire **en partant de la droite**, le premier chiffre (bit) vaut pour 1, le deuxième pour 2, le troisième pour 4, le quatrième pour 8 et le cinquième pour 16.

| | | | | | |
|-------------------|----|---|---|---|---|
| valeur des bits | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| nombre en binaire | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

On regarde où il y a des 1, on prend les valeurs associées et on les ajoute. Ici, on a des 1 en face des valeurs 8, 2, 1, on doit donc faire $8 + 2 + 1$ ce qui donne 11.

Pour aller plus vite, on peut remarquer que comme il y a 8 images par ligne, les images de la première colonne sont les multiples de 8. La bobine est numérotée $0 = 8 \times 0$, la plume $8 = 8 \times 1$, l'âne $16 = 8 \times 2$, et la lampe

Aller plus loin Ce tour de magie est basé sur le principe de la dichotomie. Il est intéressant de présenter ce principe aux élèves qui permet d'identifier rapidement un élément dans un ensemble (ordonné). Il est également intéressant de noter que la numérotation en base 2 (ou une autre base) permet de représenter un nombre exponentiellement grand (2^k) avec peu de chiffres k . Par exemple avec 300 bits (et donc 300 questions) on peut numéroté identifier tous les atomes de l'univers. Cela peut aussi être l'occasion d'aborder les ordres de grandeurs.

Le tour inverse Il est possible de poursuivre avec le tour inverse. On cache les listes. On demande à quelqu'un de choisir un élément et on devine dans quelles liste celui-ci va apparaître. Pour cela il suffit de prendre le numéro de l'élément et de le transcrire en binaire.



Je peux maintenant deviner votre image...

Ensuite, suivant la position des 1 dans cette écriture, on en déduit dans quelles listes il apparait. Par exemple, si parmi les images ci-dessus on choisit le dragon qui est l'image numérotée 20 dont l'écriture binaire est 10100, alors on en déduit que le dragon est dans la première et la troisième liste et pas dans les autres.

Faire ce tour inverse permet donc d'expliquer comment les listes sont faites et comment on transforme un nombre de décimal en binaire.