Fiche pédagogique

Activité : Bloque-moi si tu peux.

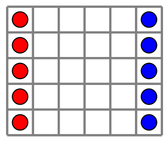
Objectifs pédagogiques : Introduction aux stratégies gagnantes.

Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, quelque soit / il existe, symétrie.

Matériel nécessaire : Une grille (un échiquier par exemple) sur laquelle déplacer des pions de deux types différents.

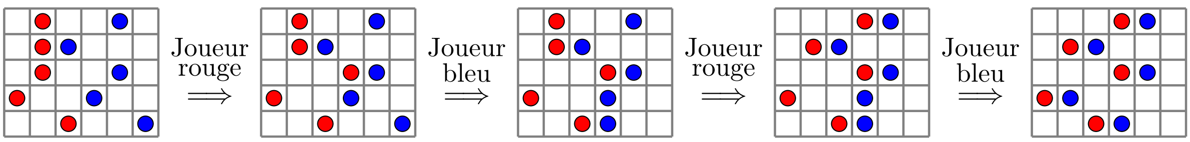
Niveau : A partir du cycle 3.

Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu suivant.



On dispose d'une grille de hauteur h et de h pions d'un type, disons bleus, et h pions d'un autre type, disons rouges. Au départ, les pions rouges sont placés sur la colonne la plus à gauche (un par case) et les pions bleus sur la colonne la plus à droite (un par case aussi). Le joueur rouge et le joueur bleu jouent à tour de rôle. Le joueur rouge commence. A son tour le joueur rouge doit déplacer un des pions rouges vers la droite d'autant de cases qu'il veut, mais sans aller sur ni dépasser la case où est le pion bleu qui est sur la même ligne. A son tour le joueur bleu doit déplacer un des pions bleus vers la gauche d'autant de cases qu'il veut, mais sans aller sur ni dépasser la case où est le pion rouge qui est sur la même ligne. Autrement dit, chaque joueur doit prendre un pion de sa couleur et le poser sur une case de la même ligne situés entre la case actuelle du pion et celle du pion de l'autre couleur. Le joueur qui ne peut plus déplacer de pion a perdu.

Ci-dessous un exemple de fin de partie où le Joueur bleu gagne.



Le but est d'inciter les élèves à trouver des stratégies gagnantes, à les expliciter et à montrer leur validité.

Une position de ce jeu est entièrement déterminée par les écarts (nombre de cases) qu'il y a sur chaque ligne entre le pion rouge et le pion bleu. Ces h écarts forme un h-uplet de nombres $(e_1, e_2, \ldots, e_h)$ où e_1 est l'écart sur la première ligne en partant du bas) e_2 est l'écart sur la deuxième ligne et ainsi de suite. Par exemple, pour la grille de cinq lignes et six colonnes ci-dessus, le quintuplet correspondant à la position de départ est $(4,4,4,4,4)$. La fin de partie ci-dessus se résume avec la suite de quintuplets suivante.

$$(2,2,2,0,2) \Rightarrow (2,2,0,0,2) \Rightarrow (0,2,0,0,2) \Rightarrow (0,2,0,0,0) \Rightarrow (0,0,0,0,0)$$

Un joueur perd quand il ne peut plus bouger de pions, c'est-à-dire quand tous les écarts sont à 0.

Remarquons qu'à chaque tour un joueur réduit l'écart qu'il y a sur une des lignes. Si on voit les cases entre le pion rouge et le pion comme des bâtonnets, alors ce jeu est un cas particulier du *Jeu de Nim*. Caractériser les positions perdantes et gagnantes de ce jeu est possible (voir la fiche du *Jeu de Nim*). Mais pour ce jeu, il n'est pas nécessaire de tout caractériser. On peut trouver une stratégie gagnante qui n'utilisent qu'une partie des positions.

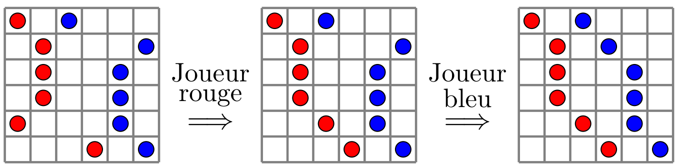
Plaçons nous tout d'abord dans le cas, où **le nombre de lignes est pair**. Dans ce cas, le joueur bleu (le deuxième à jouer) a une stratégie gagnante. Elle consiste à toujours placer les pions de manière à ce que, pour tout écart, il y ait un nombre pair de lignes de cet écart. Notons que c'est le cas au départ, puisque tous les écarts sont égaux. Il existe plein de positions de la sorte. Pour plus d'aisance, on peut même se restreindre et par exemple se ramener aux positions symétriques (par rapport au centre). Dans un telle position, le pion bleu de la $k$ième ligne en partant du haut est décalé d'autant de cases du bord droit que le pion rouge de la $k$ième ligne en partant du bas est décalé du bord gauche.

Pour montrer que cette stratégie est gagnante, il faut montrer les choses suivantes :

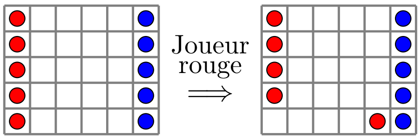
1. Montrer que d'une position symétrique tous les déplacements mènent à une position non-symétrique,
2. et que d'une telle position il est possible de faire un déplacement vers une position symétrique.

Le premier point, il suffit de constater depuis une position symétrique, si on déplace un pion, alors il n'est plus le symétrique de celui avec lequel il l'était. Pour le second point, remarquons que si un pion est déplace depuis une position symétrique, alors en faisant le mouvement symétrique on retombe sur une position symétrique.

Par exemple, dans la figure ci-dessous, la position initiale est symétrique. Le joueur rouge bouge ensuite le pion rouge de la deuxième ligne en partant du bas de deux cases vers la droite. On est alors dans une position non-symétrique. En faisant le coup symétrique, c'est-à-dire en déplaçant le pion bleu de la deuxième ligne en partant du haut de deux cases vers la gauche, le joueur bleu ramène sur une position symétrique.



Regardons maintenant le cas où **le nombre de lignes est impair**. Dans ce cas, le joueur rouge (le premier à jouer) a une stratégie gagnante. Il lui suffit de bloquer la première ligne, c'est-à-dire de déplacer le pion rouge de la première ligne à côté du pion bleu. Il applique ensuite la stratégie gagnante décrite ci-dessus (pour le joueur bleu) sur la grille privée de celle ligne. Le premier coup est décrit ci-dessous.



Aller plus loin : On peut ensuite proposer plusieurs variantes. La première consiste à autoriser les joueurs à pouvoir aussi reculer leur pions, c'est-à-dire à pouvoir les déplacer à gauche ou à droite sur leur ligne entre les bords et le pion adverse. Dans ce cas, en partant de la position de départ avec les pions sur les bords, le deuxième joueur a une stratégie gagnante si la grille a un nombre pair de lignes et le premier joueur a une stratégie gagnante si la grille a un nombre impair de lignes. Ces stratégies sont quasi-identiques à celles décrites ci-dessous. La seule différence est que quand le joueur adverse recule son pion sur une ligne alors il faut avancer du même nombre de cases sur cette ligne.

Une autre généralisation possible est de partir d'une position de départ quelconque. On se retrouve alors avec le *Jeu de Nim*.

Enfin on peut autoriser à reculer et partir d'une position quelconque. Il est possible de jouer à ce jeu en ligne sur la Valise Maths à Modeler.