



Parcours JEUX

Objectifs pédagogiques

Comprendre les notions de stratégie gagnante (= algorithme pour gagner au jeu), de validité d'une stratégie. Apprendre à concevoir des stratégies. Découvrir un algorithme permettant de trouver une stratégie gagnante pour des jeux simples.

Contenu : Le parcours comporte six activités.

Déroulement : Les activités ont été pensées pour se dérouler dans l'ordre suivant : Activité 1 et Activité 2 (ordre indifférent), puis Activité 3, puis Activité 4 et enfin Activité 5 et Activité 6 (ordre indifférent). Mais il est bien évidemment possible de procéder autrement.

Activité 1 : Jeu des bâtonnets I

Objectifs pédagogiques : Introduction aux stratégies gagnantes.

Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, multiples.

Matériel nécessaire : Un (ou plusieurs) jeu de bâtonnets.

Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu des bâtonnets. Les règles de ce jeu sont les suivantes : On commence avec un nombre n de bâtonnets. Chacun leur tour, les joueurs peuvent ôter de 1 à k bâtonnets. Le joueur qui gagne est celui qui ôte le ou les derniers bâtonnets.

On commence à faire jouer les élèves avec $k = 2$ ou $k = 3$, et éventuellement un nombre n fixe par exemple, $n = 17$. On peut ensuite faire varier le nombre n de bâtonnets, puis le nombre k .

Le but est d'inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

On peut aussi introduire des variantes où on peut retirer des nombres pas forcément consécutifs. Par exemple, la règle peut autoriser à retirer 1 ou 3 bâtonnets.

Activité 2 : Jeu de la tablette de chocolat

Objectifs pédagogiques : Introduction aux stratégies gagnantes.

Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, carré/rectangle.

Matériel nécessaire : Une (ou plusieurs) “tablette de chocolat” aimantée. A défaut des cartes si possible carrées à pour émuler la tablette. (On peut les fabriquer avec du papier ou du carton en identifiant bien le carré empoisonné.)

Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu de la tablette de chocolat. Les règles de ce jeu sont les suivantes : On commence avec une tablette de chocolat ayant $m \times n$ carrés dont un empoisonné dans un des coins. Chacun leur tour, les joueurs coupent la tablette en deux horizontalement ou verticalement et donnent la partie avec le carreau empoisonné à l’autre joueur. Le joueur qui se retrouve avec une tablette composée du seul carreau empoisonné perd.

Le but est d’inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

On peut éventuellement introduire ensuite la variante où le carreau empoisonné n’est pas dans un coin de la tablette.

Cette activité est similaire à l’Activité 1. La différence réside dans le fait que les positions perdantes sont identifiées par une propriété numérique dans l’Activité 1 (être multiple de $k + 1$) alors qu’elles le sont par une propriété géométrique dans l’Activité 2 (être un carré).

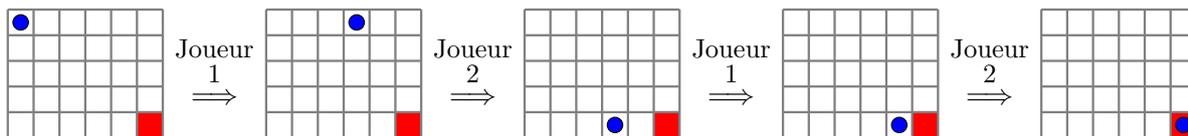
Activité (2 bis) : Déplacement Bas-Droit dans la grille

Objectifs pédagogiques : Introduction aux stratégies gagnantes.

Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, carré/rectangle.

Matériel nécessaire : Une grille sur laquelle déplacer des jetons. Un échiquier par exemple.

Déroulement : Faire jouer les élèves au jeu suivant. On dispose d'une grille, dont la case en bas à droite est rouge. Au début le jeton est placé sur la case la plus en haut à gauche. Chacun son tour, les joueurs déplacent le jeton d'autant de case qu'ils le veulent vers la droite ou d'autant de cases qu'ils le veulent vers le bas. Le joueur qui termine sur la case rouge a perdu. Ci-dessous un exemple de déroulé de partie où le Joueur 2 a perdu.



Là encore le but est d'inciter les élèves à expliciter leurs stratégies et à les encourager à montrer leur validité.

Cette activité est la même que celle de la tablette du chocolat, mais présentée sous une autre forme. Il est intéressant de les présenter sous ces deux formes pour montrer que deux jeux à première vue différents sont essentiellement les mêmes.

Activité 3 : Course dans un graphe orienté

Objectifs pédagogiques : Comprendre comment la recherche d’une stratégie gagnante peut être automatisée.

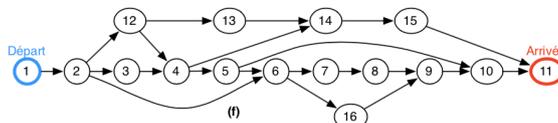
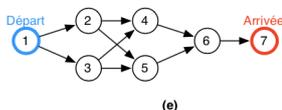
Notions abordées : Stratégie gagnante, position perdante ou gagnante, graphes des positions, quantificateurs logiques “quel que soit”, “il existe”, algorithme.

Matériel nécessaire : Photocopies des graphes individuelles, ou bache pour jouer à plusieurs, ou jeu en grandeur nature avec cerceaux et lattes.

Déroulement : On dispose un graphe orienté acyclique, c’est à dire qu’en suivant les arcs (flèches), on ne peut pas revenir sur un sommet par lequel on est déjà passé. Une manière facile de construire de tels graphes et de disposer des sommets dans le plan et de n’autoriser que des arcs qui vont de la gauche vers la droite.

Chaque graphe dispose d’un sommet de départ et d’un (ou plusieurs) sommets d’arrivée. La règle du jeu est la suivante : Initialement, un jeton se trouve sur le sommet de départ. Chacun leur tour, les joueurs doivent déplacer le jeton le long d’un arc. (Ils vont vers un autre sommet en suivant une flèche.) Le joueur qui amène le jeton vers un sommet d’arrivée gagne.

On peut par exemple utiliser un des graphes ci-dessous.



Dans un premier temps, on laisse les élèves chercher les stratégies gagnantes pour différents graphes.

Dans un second temps, on leur explique, qu’il y a un algorithme qui permet de trouver la stratégie gagnante pour ces jeux. On détermine d’abord si les sommets sont perdants ou gagnants (pour le joueur qui doit jouer) en effectuant l’algorithme suivant :

1. Les sommets d’arrivées sont des sommets perdants. En effet, si le jeton est sur un sommet d’arrivée, le joueur adverse vient de l’y poser et on a perdu.
2. S’il existe un arc d’un sommet vers un sommet perdant, alors le sommet est gagnant.
- 3 Si tous les arcs qui partent d’un sommet vont vers des sommets gagnants, alors ce sommet est perdant.

Une fois cela fait, la stratégie consiste à toujours déplacer la jeton vers un sommet perdant (qui est de fait perdant pour l’adversaire).

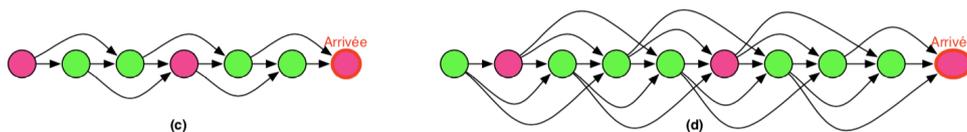
Activité 4 : Graphes des jeux des batonnets et de la tablette.

Objectifs pédagogiques : S'initier à la modélisation des jeux en termes de graphes. Comprendre que cela permet alors (aux ordinateurs) d'utiliser la méthode automatisée vue à l'activité précédente.

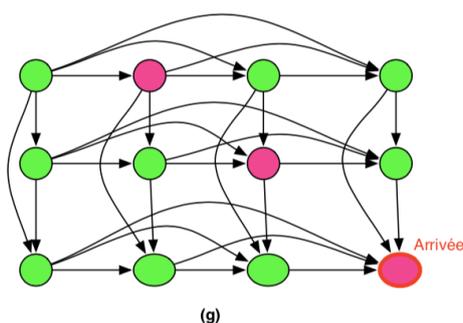
Notions abordées : Graphes de jeu.

Matériel nécessaire :

Déroulement : Dans cette activité, il est demandé aux élèves de construire les graphes associés aux différents Jeu des Batonnets. Par exemple, si on joue avec 6 batonnets et qu'on peut enlever 1 ou 2 batonnets, on obtient le graphe à gauche ci-dessous. (Les sommets correspondent de gauche à droite aux positions où il reste, 6,5,4,3,2,1, et 0 batonnets.) Si on joue avec 9 batonnets et qu'on peut enlever 1, 2, ou 3 batonnets, on obtient le graphe à gauche ci-dessous. Dans les deux graphes, les positions rouges sont les positions perdantes et les vertes les positions gagnantes.



On remarque alors que, sans surprise, les stratégies gagnantes obtenues en utilisant les graphes sont les mêmes que celles obtenues précédemment. Ci-dessous le graphe pour une tablette 4×3 .



On peut faire la même chose avec le jeu de la tablette de chocolat, mais le graphe est plus complexe.

Activité 5 : Créer un graphe et trouver sa stratégie gagnante.

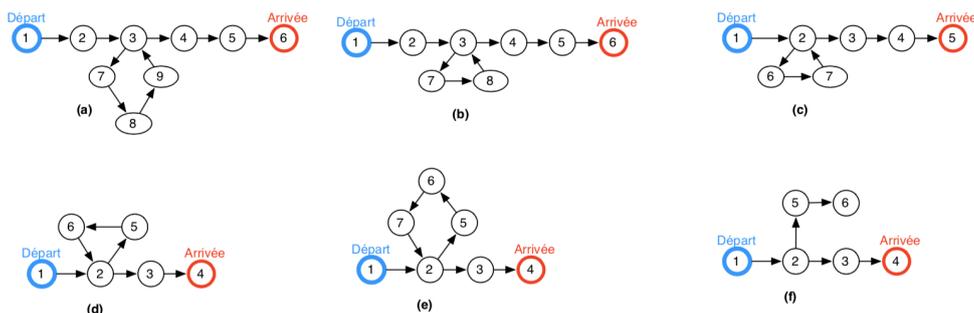
Objectifs pédagogiques : Confirmer les acquis sur les stratégies gagnantes. Montrer que pour certains graphes il n'y a pas de stratégies gagnantes.

Notions abordées : Graphes acycliques, cycles, stratégie gagnante, match nul (partie infinie).

Matériel nécessaire :

Déroulement : Cette activité est libre, dans le sens où les élèves doivent créer leur graphes orientés et essayer de trouver les stratégies gagnantes pour la course dans ces graphes.

Il y a de fortes chances que certains élèves fassent des graphes avec des cycles ou plusieurs puits (sommet n'ayant pas d'arc sortant). Dans certains cas, il y a une stratégie gagnante, mais dans d'autres il se peut qu'il n'y en ait pas et pour plusieurs raisons. Regardons par exemple, les graphes orientés ci-dessous..



Pour les graphes (a) et (b), le premier joueur gagne s'il déplace le jeton vers le sommet 4 lorsqu'il est sur le sommet 3. Pour le graphe (c), le second joueur gagne s'il déplace le jeton en 2 vers le sommet 3. Pour les graphes (d), (e) et (f), la stratégie qui consiste en déplacer le jeton en 2 vers le sommet 5 (quel que soit le joueur) amène à une partie sans vainqueur car on tourne alors infiniment sur le cycle 2-5-6-2 ou 2-5-6-7-2 pour (d) et (e) respectivement, et on est bloqué en 6 pour (f).