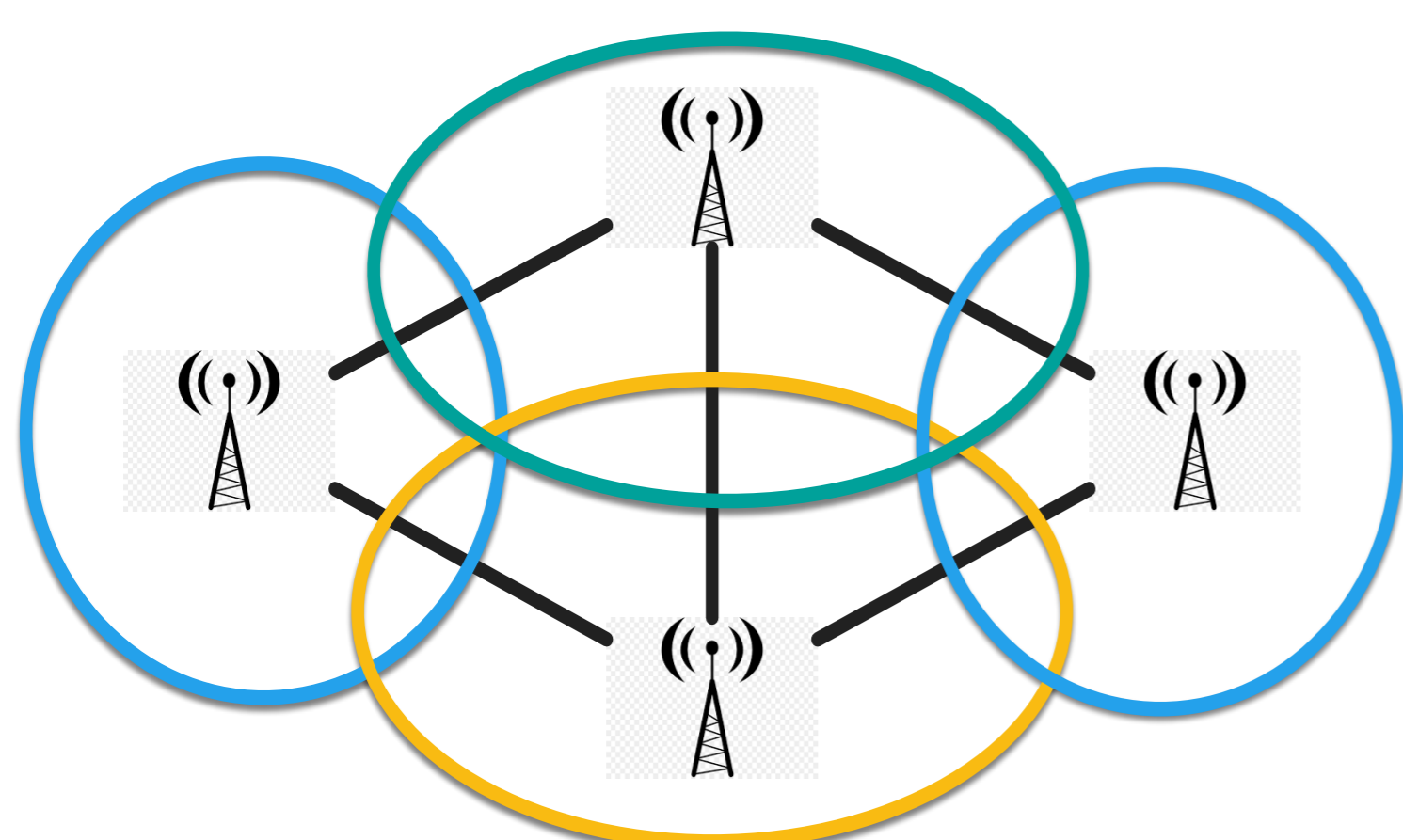


Coloration de graphes

Allocation de fréquences



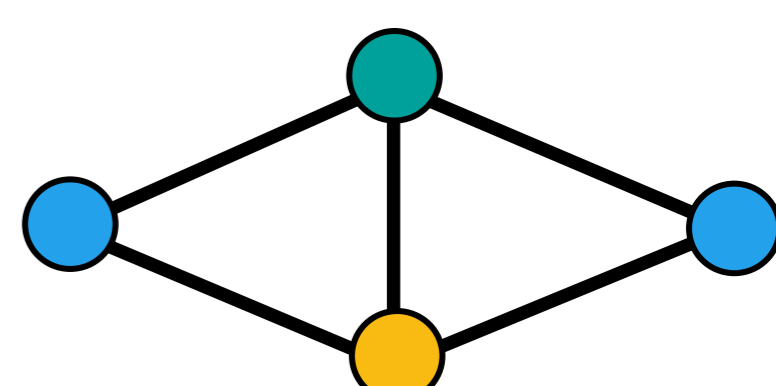
Interférence dans les endroits où on reçoit deux antennes sur la même fréquence.

Modélisation par un graphe :

Sommet = antenne

Arête entre deux antennes dont les zones d'émission s'intersectent.

Couleur = fréquence



Coloration propre :

sommets reliés par une arête ont des couleurs différentes.

OBJECTIF

minimiser le nombre total de **fréquences**.
(une bande de fréquences coûte cher)

=

minimiser le nombre total de **couleurs** dans une coloration propre

JEU

Étant donné un graphe et un ensemble de couleurs, trouver une coloration propre du graphe ou prouver qu'il n'en existe pas.

Un problème (très) difficile...

Tester toutes les colorations possibles et voir si l'une d'entre elles est propre est **impossible** car leur nombre est gigantesque. Pour un graphe à 135 sommets et 4 couleurs, il y a $4^{135} = \underbrace{4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4}_{135 \text{ fois}}$ possibilités, autant que le nombre d'atomes dans l'univers.

... et qui ne sera jamais facile ?

Ce problème de coloration est un **problème NP-complet** :

- il existe **un algorithme qui vérifie rapidement** (en temps polynomial) **qu'une solution est valide**,
- on ne connaît **pas d'algorithme qui trouve rapidement** (en temps polynomial) **une solution valide**.

Il est même conjecturé qu'il n'existe pas de tel algorithme.

C'est la fameuse **conjecture P ≠ NP**

C'est un des **sept problèmes du millénaire** avec un million de dollars offert pour sa résolution. On connaît des **milliers de problèmes NP-complets** : coloration de graphe, voyageur de commerce... Prouver l'inexistence (ou l'existence) d'un algorithme rapide **pour n'importe lequel** d'entre eux résoudrait la conjecture et **entraînerait** l'inexistence (ou l'existence) d'un algorithme rapide **pour tous les autres**.

Il est conjecturé que les algorithmes quantiques (utilisés par d'éventuels futurs ordinateurs quantiques) ne permettront pas non plus de résoudre ces problèmes rapidement.